Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

Ingeniería de Organización: Ejercicios resueltos.

Joaquín Bautista Valhondo, Rocío Alfaro Pozo y Alberto Cano Pérez

D-13/2011

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Cataluña

Publica:

Universitat Politècnica de Catalunya
www.upc.edu

Edita:

Cátedra Nissan
www.nissanchair.com
director@nissanchair.com

Ingeniería de Organización. Ejercicios resueltos.

Joaquín Bautista, Rocío Alfaro y Alberto Cano

25 de julio de 2011

Índice general

Ejercicio 1

Análisis de inversiones para seleccionar alternativas productivas

1.1. Enunciado

Una empresa desea diseñar su sistema de plantas productivas y se enfrenta al problema de determinar la capacidad de sus elementos. Si decide hoy, puede producir a partir del primer día del próximo año (año-01, como referencia).

La demanda potencial del producto, para los primeros 10 años es la siguiente:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda (tm)	220	240	280	320	380	400	370	330	280	250

En cuanto a las características de las instalaciones posibles, éstas son:

TIPO	**Capacidad** (*tm/año*)	**Inversión** (*um*)	**Coste fijo de producción** (*um/año*)	**Coste variable de producción** (*um/tm*)
A	120	8200	1500	24
B	180	12050	1800	22
C	240	15900	2100	20
D	300	19750	2400	19
E	360	23600	2700	18

Se supone un horizonte de 10 años, una tasa de interés del 4 % y un precio de venta del producto, constante a lo largo del horizonte, de 60um/tm.

En tales condiciones, analice y responda las siguientes cuestiones:

1. Sobre la comparación de la rentabilidad de las instalaciones:

   (a) Compare una unidad de C con una unidad de D, calculando el valor actualizado neto (*VAN*) y la tasa interna de retorno (*TIR*) e indicando la decisión que le parece más apropiada para cada uno de estos dos criterios.

   (b) Compare una unidad de D con una unidad de E, siguiendo las indicaciones del apartado (a).

2. Sobre el análisis de la explotación de instalaciones en paralelo:

   (a) Analice la posibilidad de poner en marcha inicialmente una instalación de tipo C y ampliar la capacidad del sistema, posteriormente, con una instalación de tipo A.

   (b) Analice la posibilidad de poner en marcha 3 instalaciones de tipo A, a lo largo del horizonte.

3. Sobre el análisis de la apertura y cierre de instalaciones:

   (a) Analice la posibilidad de poner en marcha inicialmente una instalación C y, posteriormente, substituirla por una instalación de tipo E.

   (b) Analice la posibilidad de abrir y cerrar instalaciones siguiendo la cadena de aperturas y cierres B-D-E.

4. Modelización:

   (a) Plantee un modelo matemático que tenga en consideración las hipótesis y condiciones del problema con el objetivo de maximizar el *VAN*.

1.2. Glosario

1.2.1. Conceptos

- **Coste:** Valor de los recursos necesarios para la obtención, realización o funcionamiento de un elemento. Una primera clasificación de los costes es:
  - *Costes fijos:* no dependen del nivel de actividad (alquiler, salarios, etc.)
  - *Costes variables:* son proporcionales a la actividad (producción, materias primas, incentivos, etc.).
- **Cobro:** Entrada o recepción del dinero.
- **Pago:** Salida o emisión del dinero.
- **Ingreso:** Intención de cobro.
- **Gasto:** Intención de pago.
- **Horizonte (T):** Tiempo durante el cual se realizarán cobros y pagos.
- **Periodo (t):** Porción de tiempo en que se divide, equitativamente, el horizonte.
- **Movimiento de fondos o cash-flow operativo en el periodo t (S_t):** diferencia entre el total de cobros y el total de pagos de un periodo.
- **Movimiento de fondos acumulados hasta el periodo t:** $\hat{s}_t = \sum_{\tau=0}^{t} s_\tau$.

1.2.2. Criterios para la evaluación y comparación de inversiones

- **Dimensión de un proyecto:** cantidad máxima de recursos que requiere un proyecto. Puede verse como el valor más negativo del movimiento de fondos acumulado, cambiado de signo.
- **Liquidez:** Facilidad con que se puede cambiar por dinero el objeto de la inversión o capacidad de los activos para generar fondos con los que recuperar los pagos iniciales.
  Un indicador de la liquidez de un proyecto es el *período de retorno o período de recuperación* (*PR*), que es el tiempo necesario para recuperar la inversión.
- **Rentabilidad:** Se dice que un proyecto es rentable si el valor de los rendimientos que proporciona es superior al de los recursos que utiliza. Es decir, si el valor de los movimientos de fondos positivos supera a los negativos. El carácter temporal de las cantidades monetarias hace necesaria la actualización mediante la tasa de interés real i definida de la siguiente manera:

  $$i = \frac{(1+t_n)}{(1+t_i)} - 1$$

  Donde:

  - *Tasa de variación del nivel de precios (t_i):* tasa de inflación.
  - *Tasa de interés nominal (t_n):* coste del dinero referido a unidades monetarias corrientes.
  - *Tasa de interés real:* coste del dinero referido a unidades monetarias constantes.
- **Valor actual neto (*VAN*):** Es el mejor indicador de la rentabilidad de un proyecto. Mide los flujos de los futuros ingresos y gastos que tendrá un proyecto, para determinar, una vez descontada la inversión inicial, si nos quedaría alguna ganancia. Si el resultado es positivo, el proyecto es viable (supuestamente, ya que no tenemos en cuenta el riesgo y lo estamos calculando a partir de estimaciones de la demanda). Además con este indicador financiero podemos saber qué proyecto, entre varias opciones, es más rentable. Incluso a la hora de comprar un negocio, con el *VAN* podremos saber si lo que estamos pagando por él está por encima de lo que ganaríamos manteniéndolo.
- **Tasa interna de retorno o tasa interna de rentabilidad (*TIR*):** Es un indicador de la rentabilidad relativa del proyecto, pero no de su rentabilidad absoluta. Se define como el valor de i (tasa de interés real o nominal) que anula el *VAN* ($i \rightarrow VAN = 0$). Con este tipo de interés la rentabilidad del proyecto es igual a tener el dinero en un banco con ese tipo de interés (sin tener en cuanta liquidez ni riesgo). Valor máximo para que la inversión sea rentable y no se pierda dinero.

1.3. Resolución

1.3.1. Sobre la comparación de la rentabilidad de las instalaciones

Para poder evaluar la rentabilidad de diferentes instalaciones debemos realizar el calendario de cobros y pagos para cada una de ellas, considerando el horizonte del proyecto. Así, podremos obtener de forma sencilla el movimiento de fondos para cada periodo y calcular los indicadores que se nos piden (*VAN* y *TIR*).

El calendario de cobros y pagos es una tabla en la que se reflejan la inversión y los pagos e ingresos que se obtienen en cada periodo. Dicha tabla contendrá tantas columnas como periodos tenga el horizonte, incluyendo el periodo 0, y las siguientes filas de datos:

- *Fila 1:* $t \rightarrow$ periodo del horizonte, $t = 0, ..., T$, en nuestro caso, $t = 0, ..., 10$.
- *Fila 2:* Prod. (R_t) $\rightarrow$ Producción en el periodo t, teniendo en cuenta:

  Si: $d_t > c \Rightarrow R_t = c$

  Sino: $R_t = d_t$

  donde: c = capacidad de la instalación: d_t = demanda en el periodo t
- *Fila 3:* $I \rightarrow$ Inversión correspondiente a la instalación
- *Fila 4:* $CF \rightarrow$ Coste fijo de la instalación. Se supondrá el mismo en todos los periodos.
- *Fila 5:* $CV_t \rightarrow$ Coste variable de la instalación en cada periodo.

$$CV_t = CV\left(\frac{um}{tm}\right) \times R_t \ (tm)$$

- *Fila 6:* Pagos totales $\rightarrow P_t = I + CF + CV_t$
- *Fila 7:* Ingresos (C_t) $\rightarrow$ cobros totales del periodo t, correspondientes a las ventas.

$$C_t = R_t \times pv, \text{ donde } pv \text{ es el precio de venta del producto}$$

- *Fila 8:* $S_t \rightarrow$ Movimiento de fondos del periodo t

$$S_t = C_t - P_t, \forall t = 0, ..., 10$$

- *Fila 9:* S_t actualizado (S'_t) $\rightarrow$ Movimiento de fondos del periodo t actualizado según la tasa de interés real, i.

$$S'_t = S_t/(1+i)^t$$

Según las condiciones del enunciado, la inversión se realizará en el periodo 0 y a partir del periodo 1 será cuando la instalación empiece a estar activa. Por tanto, los pagos e ingresos se tendrán a partir del periodo 1.

A la hora de calcular los ingresos, que se corresponderán con las ventas, y los costes variables, se debe tener en cuenta la demanda para cada uno de los periodos y la capacidad de la instalación.

Con la tabla completada y teniendo en cuenta:

$$VAN = \sum_{t=0}^{T} \frac{S_t}{(1+i)^t} = \sum_{t=0}^{T} S'_t$$

donde:

T: Horizonte

S_t: Movimiento de fondos del período t

i: tasa de interés real

Calcularemos el *VAN*, sumando la fila 9 del calendario de cobros y pagos, llegando a las siguientes situaciones:

- *VAN* $> 0 \rightarrow$ el proyecto es rentable. Cuanto más positivo, supuestamente, más rentable si no se tiene en cuenta el riesgo.
- *VAN* $= 0 \rightarrow$ rentabilidad del proyecto es la misma que colocar los fondos en él invertidos en el mercado con un interés equivalente a la tasa de descuento utilizada.
- *VAN* $< 0 \rightarrow$ el proyecto no es rentable.

Respecto a la *TIR*, si ésta es alta, estamos ante un proyecto empresarial rentable, que supone un retorno de la inversión equiparable a unos tipos de interés altos que posiblemente no se encuentren en el mercado. Sin embargo, si la *TIR* es baja, posiblemente podríamos encontrar otro destino para nuestro dinero. No obstante, este indicador presenta varios problemas:

- La *TIR* no es regular con respecto al *VAN* (que la *TIR* del proyecto P sea mayor que la del proyecto Q no implica que el *VAN* del proyecto P sea mayor que el del Q).
- No tiene en cuenta la dimensión del proyecto.

Para el cálculo de la *TIR*, utilizaremos un procedimiento iterativo o, en su defecto, alguna herramienta de cálculo (Excel). En nuestro caso utilizaremos el método de la bisección, que consiste en el siguiente algoritmo:

Algoritmo 1 Determinación de la *TIR*

Sea: V_1 y V_2 el VAN para la tasa de interés i_1 y i_2, respectivamente.
Condiciones: $i_1 < i_2 \wedge V_1 > V_2$

// Paso_1: Determinar el punto de corte en el eje x de la recta que pasa por los puntos (i_1, V_1) y (i_2, V_2), o alternativamente, determinar el punto medio del tipo de interés
Sea $i_0 = i_1 - V_1 \frac{(i_1 - i_2)}{V_1 - V_2}$, o $i_0 = \frac{(i_1+i_2)}{2}$

// Paso_2: Determinar el VAN para i_0: $V(i_0)$
Sea $V_0 = V(i_0)$

// Paso_3: Test de finalización
si $|V_0| < \epsilon$ **entonces**
  Fin: $i_0 = TIR$
sino
  si $V_0 > 0$ **entonces**
    $V_1 \leftarrow V_0$; $i_1 \leftarrow i_0$
  sino si $V_0 < 0$ **entonces**
    $V_2 \leftarrow V_0$; $i_2 \leftarrow i_0$
  fin si
fin si
Volver a Paso_1

Para concluir, el indicador más aceptado para medir la rentabilidad de un proyecto es el *VAN*, resultando interesante el cálculo de la *TIR* como información complementaría. Con todo esto, la solución a los apartado es:

Apartado (a)

Tabla 1.1: Instalación C ($t = 0$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod.	0	220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Inversión	15900	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	2100	2100	2100	2100	2100	2100	2100
C.V.	0	4400	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800	4800
Pagos totales	15900	6500	6900	6900	6900	6900	6900	6900	6900	6900	6900
Ingresos	0	13200	14400	14400	14400	14400	14400	14400	14400	14400	14400
S_t	-15900	6700	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	6667.5	6411.0	6164.5	5927.4	5699.4	5480.2	5269.4	5066.7

$$VAN_C = 44162{,}48\ um$$

Para el cálculo de la *TIR* utilizaremos el Algoritmo 1, utilizando el valor medio. Los pasos a realizar son los siguientes:

1. Buscar dos valores para la tasa interés tal que el *VAN* para cada uno de los valores sean de signo opuesto

$$i_1 = 4\,\%, \rightarrow VAN(i_1) = 44162{,}48$$
$$i_2 = 50\,\%, \rightarrow VAN(i_2) = -1693{,}45$$

De esta manera sabemos que hay un valor de i entre esos valores tal que el $VAN = 0$

2. Tomamos como primera aproximación a la raíz el punto medio entre i_1 e i_2 y calculamos el *VAN* para el nuevo valor de i

$$i_3 = (i_1 + i_2)/2 = (4 + 50)/2 = 27\,\% \rightarrow VAN(i_3) = 8703{,}02$$

3. Evaluamos el valor del *VAN* obtenido con i_3 y nos quedamos con el intervalo de valores de i que garantizan al menos un paso por 0.

$$\begin{gathered} VAN(i_1) > 0 \\ VAN(i_3) > 0 \end{gathered}$$

Como ambos valores son positivos, no aseguramos la raíz, por tanto descartamos el intervalo $[i_1, i_3]$

$$\begin{gathered} VAN(i_3) > 0 \\ VAN(i_2) < 0 \end{gathered}$$

Nos quedamos con este intervalo, pues contiene la raíz $[i_3, i_2]$, [27 %, 50 %]

4. Repetimos los pasos 2 y 3 hasta que encontremos, de forma aproximada, el valor de i que iguala el *VAN* a 0.

$$\begin{array}{lcl} i_4 = 38{,}5\,\% & \rightarrow & VAN(i_4) = 2252{,}83 \\ i_5 = 44{,}25\,\% & \rightarrow & VAN(i_5) = 60{,}06 \\ i_6 = 47{,}13\,\% & \rightarrow & VAN(i_6) = -863{,}56 \\ i_7 = 45{,}69\,\% & \rightarrow & VAN(i_7) = -414{,}35 \\ i_8 = 44{,}97\,\% & \rightarrow & VAN(i_8) = -180{,}83 \\ i_9 = 44{,}61\,\% & \rightarrow & VAN(i_9) = -61{,}22 \\ i_{10} = 44{,}43\,\% & \rightarrow & VAN(i_{10}) = 0{,}79 \end{array}$$

Podemos concluir que la *TIR* es aproximadamente de 44.43 % y el *VAN* $= 44162{,}48\ um$ para $i = 4\,\%$.

Tabla 1.2: Instalación D ($t = 0$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod.	0	220	240	280	300	300	300	300	300	280	250
Inversión	19750	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400
C.V.	0	4180	4560	5320	5700	5700	5700	5700	5700	5320	4750
Pagos totales	19750	6580	6960	7720	8100	8100	8100	8100	8100	7720	7150
Ingresos	0	13200	14400	16800	18000	18000	18000	18000	18000	16800	15000
S_t	-19750	6620	7440	9080	9900	9900	9900	9900	9900	9080	7850
S_t **actualizado**	-19750.0	6365.4	6878.7	8072.1	8462.6	8137.1	7824.1	7523.2	7233.8	6379.5	5303.2

$$\begin{gathered} VAN_D = 52429{,}61\ um \\ TIR_D = 40{,}28\,\% \end{gathered}$$

Si únicamente tenemos en cuenta el criterio del *VAN*, la instalación más rentable es aquella con mayor valor. Es decir, la instalación D es más rentable que la C.

$$VAN_C < VAN_D \Rightarrow \text{Elección: Instalación } D$$

Por el lado contrario, atendiendo a la TIR, la instalación C es más rentable, pues tiene una tasa de retorno mayor que la D.

$$TIR_C > TIR_D \Rightarrow \text{Elección: Instalación } C$$

Sin embargo, el indicador que más informa sobre la rentabilidad es el *VAN*, por lo que si tuviéramos que elegir entre una u otra nos quedaríamos con la instalación D.

Apartado (b)

En este caso sólo tenemos que realizar el calendario de cobros y pagos de la instalación E, pues el de la instalación D ya se realizó en el apartado anterior.

Tabla 1.3: Instalación E ($t = 0$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod.	0	220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Inversión	23600	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	3960	4320	5040	5760	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	23600	6660	7020	7740	8460	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	13200	14400	16800	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-23600	6540	7380	9060	10740	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-23600.0	6288.5	6823.2	8054.3	9180.6	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_D = 52429{,}61 \quad VAN_E = 55998{,}15$$
$$TIR_D = 40{,}28\,\% \quad TIR_E = 35{,}84\,\%$$

Según el *VAN*, la mejor opción entre las instalaciones E y D es la de tipo E pues tiene un *VAN* mayor. En cambio, en cuanto a la *TIR* la mejor instalación es la de tipo D.

1.3.2. Sobre el análisis de la explotación de instalaciones en paralelo

Para responder a esta pregunta debemos seguir la metodología de la pregunta anterior pero, a la hora de realizar el calendario de cobros y pagos, habrá 2 inversiones y los pagos e ingresos dependerán de las instalaciones que estén activas en cada periodo.

Se deberá calcular el *VAN* para todas las posibles combinaciones y quedarnos con aquella que sea más rentable.

Apartado (a)

Con el fin de evitar algunas combinaciones no prometedoras, calcularemos el punto de equilibrio de la instalación A.

De esta manera sabremos a partir de qué cantidad a producir hace rentable a la instalación.

$$C(q) = I(q) \Rightarrow CF + CV(q) = p \times q$$
$$CF + CV \times q = p \times q \rightarrow q_0 = \frac{CF}{p-CV}$$

donde:

CF: Coste fijo (um)

CV: Coste variable unitario (um/u)

p: precio de venta unitario (um/u)

q: cantidad que se produce o se vende (u)

q_0: cantidad de producción a partir de la cual no hay pérdidas (punto de equilibrio)

Así: $q_0 = \frac{1500}{60-24} = 41{,}67 \approx 42tm$

Ahora, debemos comprobar a partir de qué periodo la capacidad de la instalación C no es suficiente y la demanda que no se cubre es superior al punto de equilibrio de la instalación A. Dicho periodo será a partir del cual empezaremos a calcular el *VAN*.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda (tm)	220	240	280	320	380	400	370	330	280	250
Demanda no satisfecha por C	0	0	40	80	140	160	130	90	40	10

Como vemos, sólo en los periodos 4, 5, 6, 7 y 8 sería interesante disponer de una planta tipo A, pues es en esos periodos cuando la demanda no satisfecha supera el punto a partir del cual la instalación A no tiene pérdidas. Por esto, empezaremos los cálculos, ampliando la capacidad del sistema a partir del periodo 4, por tanto invirtiendo en la planta A en el periodo 3.

Tabla 1.4: Inversión en C (en $t = 0$), Inversión en A (en $t = 3$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C	-	220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. A	-	-	-	-	80	120	120	120	90	40	10
Inversión	15900	-	-	8200	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	3600	3600	3600	3600	3600	3600	3600
C.V.	0	4400	4800	4800	6720	7680	7680	7680	6960	5760	5040
Pagos totales	15900	6500	6900	15100	10320	11280	11280	11280	10560	9360	8640
Ingresos	0	13200	14400	14400	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	7500	-700	8880	10320	10320	10320	9240	7440	6360
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	-622.3	7590.7	8482.3	8156.0	7842.4	6751.6	5227.2	4296.6

$$VAN_{C(t=0)+A(t=3)} = 45200{,}94$$

Tabla 1.5: Inversión en C (en $t = 0$), Inversión en A (en $t = 4$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C	-	220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. A	-	-	-	-	-	120	120	120	90	40	10
Inversión	15900	-	-	-	8200	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	2100	3600	3600	3600	3600	3600	3600
C.V.	0	4400	4800	4800	4800	7680	7680	7680	6960	5760	5040
Pagos totales	15900	6500	6900	6900	15100	11280	11280	11280	10560	9360	8640
Ingresos	0	13200	14400	14400	14400	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	7500	7500	-700	10320	10320	10320	9240	7440	6360
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	6667.5	-598.4	8482.3	8156.0	7842.4	6751.6	5227.2	4296.6

$$VAN_{C(t=0)+A(t=4)} = 44301{,}68$$

Tabla 1.6: Inversión en C (en $t = 0$), Inversión en A (en $t = 5$)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C	-	220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. A	-	-	-	-	-	-	120	120	90	40	10
Inversión	15900	-	-	-	-	8200	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	2100	2100	3600	3600	3600	3600	3600
C.V.	0	4400	4800	4800	4800	4800	7680	7680	6960	5760	5040
Pagos totales	15900	6500	6900	6900	6900	15100	11280	11280	10560	9360	8640
Ingresos	0	13200	14400	14400	14400	14400	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	7500	7500	7500	-700	10320	10320	9240	7440	6360
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	6667.5	6411.0	-575.3	8156.0	7842.4	6751.6	5227.2	4296.6

$$VAN_{C(t=0)+A(t=5)} = 42253{,}44$$

Como vemos, la mejor alternativa, la de mayor *VAN*, en cuanto a la instalación de la planta A, es invertir en el periodo 3 para que esté operativa en el periodo 4. Además, es más rentable la instalación de una planta C con una A que sólo una C.

Por tanto, podemos concluir diciendo que instalar primero una planta tipo C y posteriormente una tipo A es interesante, sobre todo si la segunda inversión se realiza en el tercer periodo.

Apartado (b)

Para saber si es interesante, o no, poner en marcha 3 instalaciones de tipo A a lo largo del horizonte, al igual que en el apartado anterior, debemos encontrar la mejor opción dentro de las posibles alternativas.

Con el fin de evitar el cálculo de cada una de las posibles opciones, nos fijaremos en el punto de equilibrio de la planta A, calculado en el apartado anterior, y realizaremos una tabla de las posibles demandas satisfechas por cada una de las plantas en los diferentes periodos.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda (tm)	220	240	280	320	380	400	370	330	280	250
Demanda que puede satisfacer $A1$	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Demanda que puede satisfacer $A2$	100	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Demanda que puede satisfacer $A3$	0	0	40	80	120	120	120	90	40	10

Como vemos en la tabla, desde el primer periodo dos instalaciones producirían por encima de su punto de equilibrio, mientras que la tercera no estaría por encima hasta el periodo 4. Por ello, analizaremos 3 calendarios de cobros y pagos:

1. Inversión de dos de las plantas en el periodo 0, por tanto producción a partir del periodo 1, e inversión de la tercera planta en el periodo 2, para que empiece su producción en el periodo 3.

Tabla 1.7: Inversión en A (2 en t = 0 y 1 en t = 2)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. $A1$		120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A2$		100	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A3$		0	0	40	80	120	120	120	90	40	10
Inversión	16400	-	8200	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	3000	3000	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
C.V.	0	5280	5760	6720	7680	8640	8640	8640	7920	6720	6000
Pagos totales	16400	8280	16960	11220	12180	13140	13140	13140	12420	11220	10500
Ingresos	0	13200	14400	16800	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-16400	4920	-2560	5580	7020	8460	8460	8460	7380	5580	4500
S_t **actualizado**	-16400.0	4730.8	-2366.9	4960.6	6000.7	6953.5	6686.1	6428.9	5392.5	3920.4	3040.0

$$VAN_{A1(t=0)+A2(t=0)+A3(t=2)} = 29346{,}67$$

2. Inversión de dos de las plantas en el periodo 0, por tanto producción a partir del periodo 1, e inversión de la tercera planta en el periodo 3, para que empiece su producción en el periodo 4.

Tabla 1.8: Inversión en A (2 en t = 0 y 1 en t = 3)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. $A1$		120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A2$		100	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A3$		0	0	40	80	120	120	120	90	40	10
Inversión	16400	-	-	8200	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	3000	3000	3000	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
C.V.	0	5280	5760	5760	7680	8640	8640	8640	7920	6720	6000
Pagos totales	16400	8280	8760	16960	12180	13140	13140	13140	12420	11220	10500
Ingresos	0	13200	14400	14400	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-16400	4920	5640	-2560	7020	8460	8460	8460	7380	5580	4500
S_t **actualizado**	-16400.0	4730.8	5214.5	-2275.8	6000.7	6953.5	6686.1	6428.9	5392.5	3920.4	3040.0

$$VAN_{A1(t=0)+A2(t=0)+A3(t=3)} = 29691{,}60$$

3. Inversión de dos de las plantas en el periodo 0, por tanto, producción a partir del periodo 1, e inversión de la tercera planta en el periodo 4, para que empiece su producción en el periodo 5.

Tabla 1.9: Inversión en A (2 en t = 0 y 1 en t = 4)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. $A1$		120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A2$		100	120	120	120	120	120	120	120	120	120
Prod. $A3$		0	0	40	80	120	120	120	90	40	10
Inversión	16400	-	-	-	8200	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	3000	3000	3000	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500
C.V.	0	5280	5760	5760	5760	8640	8640	8640	7920	6720	6000
Pagos totales	16400	8280	8760	8760	18460	13140	13140	13140	12420	11220	10500
Ingresos	0	13200	14400	14400	14400	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-16400	4920	5640	5640	-4060	8460	8460	8460	7380	5580	4500
S_t **actualizado**	-16400.0	4730.8	5214.5	5013.9	-3470.5	6953.5	6686.1	6428.9	5392.5	3920.4	3040.0

$$VAN_{A1(t=0)+A2(t=0)+A3(t=4)} = 27510{,}14$$

Como vemos, la opción más adecuada es la que nos indicaba la tabla de demandas. Es decir, invertir en dos de las instalaciones tipo A al inicio del horizonte y en una tercera en el periodo 3, para que empiece su producción en el periodo 4. Aún así, esta opción no es la que proporciona mayor rentabilidad de todas las analizadas.

1.3.3. Sobre el análisis de la apertura y cierre de instalaciones

Este punto del enunciado se realiza de forma similar a los anteriores, con la diferencia de que ahora las nuevas instalaciones substituyen a las existentes.

Apartado (a)

Para analizar la posibilidad de poner en marcha inicialmente una unidad de C y, posteriormente, substituirla por una unidad de E, debemos calcular el *VAN* para cada una de las posibles opciones, C en t = 0 y E en t = 1, C en t = 0 y E en t = 2, etc.

1. Substitución de la planta C, por una de tipo E, después de un año de producción (considerando que las inversiones se hacen en el periodo anterior).

Tabla 1.10: Inversión en C (en t = 0), Inversión en E (en t = 1)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C **(sola)**		220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. E **(sola)**		220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Inversión	15900	23600	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	4400	4320	5040	5760	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	15900	30100	7020	7740	8460	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	13200	14400	16800	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	-16900	7380	9060	10740	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-15900.0	-16250.0	6823.2	8054.3	9180.6	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_{C(t=0)\rightarrow E(t=1)} = 41159{,}69$$

2. Substitución de la planta C, por una de tipo E, después de dos años de producción (considerando que las inversiones se hacen en el periodo anterior).

Tabla 1.11: Inversión en C (en t = 0), Inversión en E (en t = 2)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C (sola)		220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. E (sola)		220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Inversión	15900	-	23600	-	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	4400	4800	5040	5760	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	15900	6500	30500	7740	8460	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	13200	14400	16800	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	-16100	9060	10740	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	-14885.4	8054.3	9180.6	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_{C(t=0)\rightarrow E(t=2)} = 42143{,}41$$

3. Substitución de la planta C, por una de tipo E, después de tres años de producción (considerando que las inversiones se hacen en el periodo anterior).

Tabla 1.12: Inversión en C (en t = 0), Inversión en E (en t = 3)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C (sola)		220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. E (sola)		220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Inversión	15900	-	-	23600	-	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	4400	4800	4800	5760	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	15900	6500	6900	30500	8460	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	13200	14400	14400	19200	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	7500	-16100	10740	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	-14312.8	9180.6	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_{C(t=0)\rightarrow E(t=3)} = 41595{,}79$$

4. Substitución de la planta C, por una de tipo E, después de cuatro años de producción (considerando que las inversiones se hacen en el periodo anterior).

Tabla 1.13: Inversión en C (en t = 0), Inversión en E (en t = 4)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. C (sola)		220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
Prod. E (sola)		220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Inversión	15900	-	-	-	23600	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	2100	2100	2100	2100	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	4400	4800	4800	4800	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	15900	6500	6900	6900	30500	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	13200	14400	14400	14400	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-15900	6700	7500	7500	-16100	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-15900.0	6442.3	6934.2	6667.5	-13762.3	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_{C(t=0)\rightarrow E(t=4)} = 39633{,}16$$

Como vemos la mejor opción es sustituir la instalación C por una de tipo E a partir del tercer periodo, momento a partir del cual la capacidad de la instalación C no es suficiente para abastecer la demanda. Esto significa realizar las inversiones en el periodo 0 y en el periodo 2.

Además, vemos que a medida que retrasamos la sustitución perdemos rentabilidad ya que la demanda cubierta por la segunda instalación se va reduciendo y los ingresos para cubrir la inversión también.

No obstante, si comparamos los resultados con cualquiera de los obtenidos con ambas instalaciones por sí solas, vemos que sustituir una planta por otra no es rentable.

$$VAN_{C \to E} < VAN_C < VAN_E$$

Apartado (b)

Para analizar la posibilidad de abrir y cerrar instalaciones siguiendo la cadena B-D-E, en primer lugar calcularemos el punto de equilibrio de cada una de las instalaciones y posteriormente analizaremos la demanda de cada periodo.

$$q_0(B) = \frac{1800}{60-22} = 47{,}36 \approx 48Tm$$
$$q_0(D) = \frac{2400}{60-19} = 58{,}53 \approx 59Tm$$
$$q_0(E) = \frac{2700}{60-18} = 64{,}28 \approx 65Tm$$

Como nos fijan la secuencia B-D-E, sabemos que la primera instalación será de tipo B, la segunda de tipo D y la tercera de tipo E. A partir de estas condiciones analizaremos la demanda satisfecha y remanente de cada una de las instalaciones.

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda (tm)	220	240	280	320	380	400	370	330	280	250
Demanda que puede satisfacer B	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
Demanda remanente con B	40	60	100	140	200	220	190	150	100	70
Demanda que puede satisfacer D	220	240	280	300	300	300	300	300	280	250
Demanda remanente con D	0	0	0	20	80	100	70	30	0	0
Demanda que puede satisfacer E	220	240	280	320	360	360	360	330	280	250
Demanda remanente con E	0	0	0	0	20	40	10	0	0	0

Como vemos a partir del segundo periodo la demanda no satisfecha por B supera el punto de equilibrio de la instalación D, por tanto sería una buena opción invertir en B en el periodo 0 y en C en el 1. Por otro lado vemos que si sólo estuviera la instalación D, es a partir del periodo 5 cuando la demanda que no satisface D es superior al punto de equilibrio de E. Por lo que a simple vista parece conveniente empezar el análisis de costes e inversiones por la siguiente combinación:

Tabla 1.14: Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 1 e Inversión en E en t = 4

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prod. B (sola)		180	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Prod. D (sola)		0	240	280	300	0	0	0	0	0	0
Prod. E (sola)		0	0	0	0	360	360	360	330	280	250
Inversión	12050	19750	-	-	23600	-	-	-	-	-	-
C.F.	0	1800	2400	2400	2400	2700	2700	2700	2700	2700	2700
C.V.	0	3960	4560	5320	5700	6480	6480	6480	5940	5040	4500
Pagos totales	12050	25510	6960	7720	31700	9180	9180	9180	8640	7740	7200
Ingresos	0	10800	14400	16800	18000	21600	21600	21600	19800	16800	15000
S_t	-12050	-14710	7440	9080	-13700	12420	12420	12420	11160	9060	7800
S_t **actualizado**	-12050.0	-14144.2	6878.7	8072.1	-11710.8	10208.3	9815.7	9438.2	8154.5	6365.4	5269.4

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=1)\to E(t=4)} = 26297{,}29$$

Debemos tener en cuenta que el análisis de la demanda a partir del punto de equilibrio no considera la inversión, por lo que no podemos asegurar que la opción calculada sea la más interesante de todas las posibles. Por este motivo, con el fin de asegurar la opción más rentable se deberían analizar todas las posibilidades.

A continuación se recogen los resultados de aquellas opciones más prometedoras:

- Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 1 e Inversión en E en t = 2.

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=1)\to E(t=2)} = 25351{,}40$$

- Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 1 e Inversión en E en t = 3.

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=1)\to E(t=3)} = 26208{,}40$$

- Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 1 e Inversión en E en t = 5.

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=1)\to E(t=5)} = 25001{,}94$$

- Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 2 e Inversión en E en t = 3.

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=2)\to E(t=3)} = 24719{,}86$$

- Inversión en B en t = 0; Inversión en D en t = 2 e Inversión en E en t = 4.

$$VAN_{B(t=0)\to D(t=2)\to E(t=4)} = 24808{,}76$$

Como vemos, de todas las posibles combinaciones analizadas hasta el momento, la primera es la más prometedora. Aún así, tiene menor rentabilidad que las opciones analizadas en apartados anteriores.

1.3.4. Programa Matemático

Con el propósito de evaluar nuevas situaciones, similares a las analizadas anteriormente y, sobretodo, con el propósito de obtener las mejores soluciones (óptimas) para el marco de trabajo objeto de análisis, proponemos el siguiente programa matemático:

Parámetros	
J	Conjunto de tipos de instalaciones ($j = 1, ..., \|J\|$)
m	Número máximo de plantas de cada tipo
k	Indice de planta o número de orden ($k = 1, ..., m$)
f_j	Coste fijo de una planta de tipo j
C_j	Capacidad de una planta de tipo j
I_j	Inversión inicial para una planta de tipo j
v_j	Coste variable de producción en una planta de tipo j
T	Horizonte de la inversión
t	Indice de tiempo (periodo) de la inversión ($t = 0, 1, ..., T$)
d_t	Demanda del producto en el período t
p_t	precio de venta del producto en el periodo t

Variables	
x_{kjt}	Variable binaria igual a 1 si la k-ésima planta de tipo j está activa en el período t
γ_t	Ingresos en el periodo t
φ_t	Costes fijos en el periodo t
ν_t	Costes variables en el periodo t
α_t	Inversiones en el periodo t
q_{kjt}	Producción en la k-ésima planta de tipo j en el período t
I_{kjt}	Inversión inicial requerida por la instalación de la k-ésima planta tipo j en el período t

En esas condiciones, se puede formular el siguiente programa matemático:

$$Max\ V = \sum_{t=0}^{T} \frac{(\gamma_t - \varphi_t - \nu_t - \alpha_t)}{(1+i)^t} \tag{1.1}$$

Sujeto a:

$$q_{kjt} \leq c_j x_{kjt} \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J|; t = 1,...,T \tag{1.2}$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{m} q_{kjt} \leq d_t \qquad \forall t = 1,...,T \tag{1.3}$$

$$\gamma_t = p_t \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{m} q_{kjt} \qquad \forall t = 1,...,T \tag{1.4}$$

$$\varphi_t = \sum_{j=1}^{|J|} f_j \sum_{k=1}^{m} x_{kjt} \qquad \forall t = 1,...,T \tag{1.5}$$

$$\nu_t = \sum_{j=1}^{|J|} v_j \sum_{k=1}^{m} q_{kjt} \qquad \forall t = 1,...,T \tag{1.6}$$

$$I_{kjt-1} \geq I_j(x_{kjt} - x_{kjt-1}) \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J|; t = 1,...,T \tag{1.7}$$

$$\alpha_t = \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{k=1}^{m} I_{kjt} \qquad \forall t = 0,...,T-1 \tag{1.8}$$

$$I_{kjt} \geq 0 \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J|; t = 0,...,T-1 \tag{1.9}$$

$$q_{kjt} \geq 0 \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J|; t = 1,...,T \tag{1.10}$$

$$x_{kjt} \in \{0,1\} \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J|; t = 0,...,T \tag{1.11}$$

Teniendo en cuenta las siguientes condiciones adicionales:

$$\gamma_0, \varphi_0, \nu_0 = 0 \tag{1.12}$$

$$\alpha_T = 0 \tag{1.13}$$

$$x_{kj0} = 0 \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J| \tag{1.14}$$

$$I_{kjT} = 0 \qquad \forall k = 1,...,m; j = 1,...,|J| \tag{1.15}$$

En el modelo, la función objetivo (1.1) corresponde a la maximización del valor actualizado neto (*VAN*) para el horizonte de inversión T; las restricciones (1.2) limitan la producción en cada planta y periodo a la capacidad productiva en la planta y periodo correspondiente; (1.3) representan la intención de satisfacer la demanda del producto en cada periodo; las ecuaciones (1.4), (1.5) y (1.6) definen los ingresos, costes fijos y costes variables, respectivamente, en cada periodo; las condiciones (1.7) y (1.8) sirven para determinar las inversiones en cada periodo; las restricciones (1.9) y (1.10) imponen la no negatividad de las variables relativas a las inversiones y a las producciones, respectivamente; finalmente, las condiciones (1.11) sirven para definir la binariedad de las variables de activación de las plantas en cada periodo.

Las ecuaciones (1.12) a (1.15) fijan las condiciones iniciales.

Implementación en OPL studio

A continuación se presentan los datos y el programa matemático implementado en OPL Studio:

Datos 1 Fichero datos OPL studio

// conjunto de instalaciones
J = 5;
// num. máx. de plantas activas paralelamente para cada tipo de instalación
m = 1;
// Coste fijo de la planta j (Kum/año)
f_j = [1500, 1800, 2100, 2400, 2700];
// Capacidad de la planta j (Tm./año)
c_j = [120, 180, 240, 300, 360];
// Inversión de la planta j (Kum)
I_j = [8200, 12050, 15900, 19750, 23600];
// Coste variable de prod. de la planta j (Kum/Tm)
v_j = [24, 22, 20, 19, 18];
// Horizonte
T = 10;
// Demanda de producto en el periodo t
d_t = [220, 240, 280, 320, 380, 400, 370, 330, 280, 250];
// Precio de venta en t (Kum/Tm)
p_t = [60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60];
// Tipo de interés
i = 0.04;

Algoritmo 2 Código en OPL studio

// Lectura de datos
int J = ...;
int m = ...;
float f_j[1..J] = ...;
float c_j[1..J] = ...;
float I_j[1..J] = ...;
float v_j[1..J] = ...;
int T = ...;
float d_t[1..T] = ...;
float p_t[1..T] = ...;
float i = ...;

// Variables de decisión
// Binaria igual a 1 si la k-ésima planta de tipo j está activa en el periodo t
dvar boolean x_{kjt} [1..m, 1..J, 0..T];
// Ingresos en t.
dvar float γ_t [0..T];
// Costes fijos en t.
dvar float+ φ_t [0..T];
// Costes variables en t.
dvar float+ ν_t [0..T];
// Inversiones en t.
dvar float+ α_t [0..T];
// Fabricación en la k-ésima planta de tipo j, en el periodo t.
dvar float+ q_{kjt} [1..m, 1..J, 0..T];
// Inversión en la k-ésima planta tipo j en el periodo t.
dvar float+ I_{kjt} [1..m, 1..J, 0..T];

// Función objetivo:
maximize sum (i_t in 0..T) (($\gamma_t[i_t] - \varphi_t[i_t] - \nu_t[i_t] - \alpha_t[i_t]$)/(1 + i)^i_t);

// Restricciones:
subject to{
r1: *// Limitación de la capacidad*
forall (k in 1..m, i_j in 1..J, i_t in 1..T)
$q_{kjt}[k,i_j,i_t] <= c_j[i_j] * x_{kjt}[k,i_j,i_t]$;

r2: *// Limitación de la demanda*
forall (i_t in 1..T)
sum (i_j in 1..J) sum(k in 1..m) $q_{kjt}[k,i_j,i_t] <= d_t[i_t]$;

r3: *// Cálculo de ingresos*
forall (i_t in 1..T)
$\gamma_t[i_t] == p_t[i_t] *$ (sum(i_j in 1..J) (sum(k in 1..m) $q_{kjt}[k, i_j, i_t]$));

r4: *// Cálculo costes fijos*
forall (i_t in 1..T)
$\varphi_t[i_t] ==$ sum (i_j in 1..J) $f_j[i_j] *$ (sum(k in 1..m) $x_{kjt}[k, i_j, i_t]$);

```
r5: // Cálculo costes variables
forall (i_t in 1..T)
   ν_t[i_t] == sum (i_j in 1..J) v_j[i_j] * (sum(k in 1..m) q_kjt[k, i_j, i_t]);

r6: // Restricción de inversiones
forall (k in 1..m, i_j in 1..J, i_t in 1..T)
   I_kjt[k, i_j, i_t − 1] >= I_j[i_j]*(x_kjt[k, i_j, i_t] − x_kjt[k, i_j, i_t − 1]);

r7: // Cálculo de las inversiones
forall (i_t in 0..T − 1)
   α_t[i_t] == sum(i_j in 1..J) (sum (k in 1..m) (I_kjt[k, i_j, i_t]));

// Inicialización
γ_t[0] == 0; // Ingresos en t =0 → 0
φ_t [0] == 0; // Costes fijos en t =0 → 0
ν_t [0] == 0 ; // Costes variables en t =0 → 0
α_t [T] == 0; // Inversiones en t = T → 0
forall (k in 1..m, i_j in 1..J)
   x_kjt[k, i_j, 0] == 0;

forall (k in 1..m, i_j in 1..J)
   I_kjt[k, i_j, T] == 0;
}
```

Mediante el programa matemático implementado en OPL Studio, podemos responder de forma sencilla, cambiando algunos parámetros de entrada y añadiendo una serie de restricciones, los apartados del enunciado.

Punto 1, (a) y (b)

Para responder este punto, únicamente tenemos que modificar el vector correspondiente a las capacidades de las plantas, poniendo a 0 todas las plantas excepto la que nos interese.

En los parámetros de entrada sólo modificaremos el vector de capacidades, que quedará de la siguiente manera:

c_j **= [0, 0, 240, 0, 0];**

A continuación se muestran, a modo de ejemplo, los datos obtenidos tras la ejecución del modelo, en el caso de la instalación C:

//VAN
solution (optimal) with objective 44162.4875759319

//Ingresos asociados a la producción de la instalación C.
γ_t = [0 13200 14400 14400 14400 14400 14400 14400 14400 14400 14400];
//Costes fijos correspondientes a la instalación activa, la C.
φ_t = [0 2100 2100 2100 2100 2100 2100 2100 2100 2100 2100];
//Costes variables asociados a la producción de la instalación activa, la planta C.

ν_t = [0 4400 4800 4800 4800 4800 4800 4800 4800 4800 4800];
//Solo se produce una inversión, en el periodo 0, que es la correspondiente a la planta C.
α_t = [15900 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
//La producción de cada periodo corresponde a la instalación C.
q_{kjt} =

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	220	240	240	240	240	240	240	240	240	240
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

//Durante los periodos 1-10 la instalación C es la que permanece activa.
x_{kjt} =

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

//Matriz de inversiones realizadas por instalaciones y periodos.
I_{kjt} =

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15900	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resto de apartados

Tal y como se muestra en la siguiente tabla, modificando los parámetros de entrada y/o añadiendo las restricciones indicadas, se puede calcular el *VAN* para el resto de instalaciones y, por tanto, resolver todos los apartados.

Apartado	*Objetivo*	*Parámetros modificados*	*Restricciones añadidas*	*Resultado F.Obj.*	*Instalaciones activas*	*Inversiones*
1. Comparación de rentabilidades de las instalaciones:						
1. (a)	Obtener VAN de la instalación C	c_j = [0, 0, 240, 0, 0]	-	44162.4875	Instalación C, en t = 1..10	15900 en t = 0
	Obtener VAN de la instalación D	c_j = [0, 0, 0, 300, 0]	-	52429.6090	Instalación C, en t = 1..10	19750 en t = 0
1. (b)	Obtener VAN de la instalación E	c_j = [0, 0, 0, 0, 360]	-	55998.1497	Instalación C, en t = 1..10	23600 en t = 0
2. Análisis de la explotación de instalaciones en paralelo:						
2. (a)	Maximizar VAN combinando una instalación C con una de tipo A	c_j = [120, 0, 240, 0, 0]	-	46013.2378	Instalación C, en t = 1..10; Instalación A en t = 4..8	15900 en t = 0; 8200 en t = 3
	Maximizar VAN combinando una instalación C con una de tipo A forzando que ninguna instalación se desactive	c_j = [120, 0, 240, 0, 0]	sum (k in 1..m) sum(i_j in 1..J)((x_{kjt}[k, i_j, T]))== 2; //en T hay dos instalaciones activas	45200.9395	Instalación C, en t = 1..10; Instalación A en t = 4..10	15900 en t = 0; 8200 en t = 3
2. (b)	Maximizar VAN instalando 3 plantas de tipo A a lo largo del periodo	m = 3 c_j = [120, 0, 0, 0, 0]	-	30503.8947	Instalación A1, en t = 1..10; Instalación A2 en t = 1..8; Instalación A3 en t = 4..10	8200 en t = 0; 8200 en t = 0; 8200 en t = 3
	Maximizar VAN instalando 3 plantas de tipo A a lo largo del periodo (ninguna se desactiva)	m = 3 c_j = [120, 0, 0, 0, 0]	sum (k in 1..m) (x_{kjt}[k, 1, T])== m; //en T 3 inst. tipo A	29691.5963	Instalación A1, en t = 1..10; Instalación A2 en t = 1..10; Instalación A3 en t = 4..10	8200 en t = 0; 8200 en t = 0; 8200 en t = 3
3. Análisis de la apertura y cierre de instalaciones:						

3. (a)	Maximizar VAN sustituyendo una instalación C con un E	c_j = [0, 0, 240, 300, 0]	forall (i_t in 1..T)
			sum(k in 1..m)(sum(i_j in 1..J)(x_{kjt}[k, i_j, i_t]))<=1;
			sum(k in 1..m)(x_{kjt}[k, 3, 1])==1;
			sum(k in 1..m)(sum(i_t in 1..T)(x_{kjt}[k, 5, i_t]))>= 1;
			//sólo 1 instalación activa,
			//al inicio C y posteriormente E
				42143.4160	Instalación C, en t = 1..2; Instalación E, en t = 3..10	15900 en t = 0; 23600 en t = 2

3. (b)	Maximizar VAN abriendo y cerrando instalaciones en el orden B-D-E	c_j = [0, 180, 0, 300, 360]	forall (i_t in 1..T)
			sum(k in 1..m)(sum(i_j in 1..J)(x_{kjt}[k, i_j, i_t]))<=1;
			sum(k in 1..m)(x_{kjt}[k, 2, 1])==1;
			sum(k in 1..m)(x_{kjt}[k, 4, 2])>=1;
			sum(k in 1..m)(sum(i_t in 1..T)(x_{kjt}[k, 5, i_t]))>=1;
			//en todo momento sólo 1 instalación
			//activa y que se activen las
			//3 en el orden indicado
				26297.2963	Instalación B, en t = 1; Instalación D en t = 2..4; Instalación E en t = 5..10	12050 en t = 0; 19750 en t = 1; 23600 en t = 4

1.4. Conclusiones

A lo largo de la práctica hemos visto cómo calcular el *VAN* y la *TIR*, para diferentes tipos de instalaciones y combinaciones de éstas, a partir del calendario de cobros y pagos.

Estos dos indicadores nos han permitido comparar las diferentes decisiones de inversión respecto a su rentabilidad, de forma que la la mejor opción era aquella con mayor *VAN* y/o *TIR*.

También hemos visto cómo, a partir del cálculo del punto de equilibrio y el análisis de demandas, es posible reducir el número de combinaciones prometedoras a la hora de combinar o sustituir instalaciones. De esta forma, a la hora de evaluar la rentabilidad de un sistema formado por más de un tipo de instalación, no tenemos que realizar todos los posibles calendarios de cobros y pagos. En efecto, sólo se evaluará la sustitución o ampliación de instalaciones cuando sea rentable por el hecho de producir por encima del punto de equilibrio.

Finalmente, hemos visto que mediante el programa matemático, es posible obtener de forma, casi inmediata, previa realización del modelo, los resultados óptimos de las combinaciones de tipos de instalaciones y los valores del *VAN* para cada caso.

1.5. Cuestiones adicionales

(a) Obtenga la solución óptima.

(b) Obtenga la solución óptima considerando que cualquier tipo de instalación sólo puede explotarse un máximo de 5 años. ¿Qué pérdida supone esta nueva restricción frente a la solución óptima obtenida en el apartado anterior?

(c) Evalúe qué combinación de tipos de instalaciones es la más rentable teniendo en cuenta que la inversión total permitida a lo largo del horizonte es de 15000um.

(d) Evalúe qué combinación de tipos de instalaciones es la más rentable teniendo en cuenta que las inversiones máximas permitidas en cada periodo del horizonte es de 17000um.

(e) Evalúe qué combinación de tipos de instalaciones es la más rentable teniendo en cuenta que las inversiones máximas permitidas en cada periodo del horizonte es de 15000um y la inversión total de 30000um.