

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH  
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS  
Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN )

# Sistemas Avanzados de Producción. Planificación mediante programación matemática III

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización  
(240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2018/30 240EO316 (20180329) - <http://futur.upc.edu/OPE> - [www.prothius.com](http://www.prothius.com) -  
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC



**PROTHIUS**  
Càtedra Organització Industrial

SAP' 18 – Plan (III) 0  
J. Bautista

# Contenido

- Plan. Concepto y tipología
- Planificación. Proceso
- Características de los modelos de planificación: Atributos-valores y formatos
- Modelo multi-producto con recursos críticos: Hipótesis, nomenclatura, formulación y restricciones adicionales
- Implosión multi-producto con capacidad y partes limitadas: Concepto, hipótesis, lista de materiales, nomenclatura, formulación y restricciones adicionales
- Modelo multi-producto multi-centro con recursos críticos: Hipótesis, nomenclatura, formulación y restricciones adicionales
- Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone: Status Quo, centros de distribución, objetivo general, condiciones especiales y escenarios
- Elementos LP-7: Sistema Danae\_Danone: función objetivo, variables, parámetros y restricciones



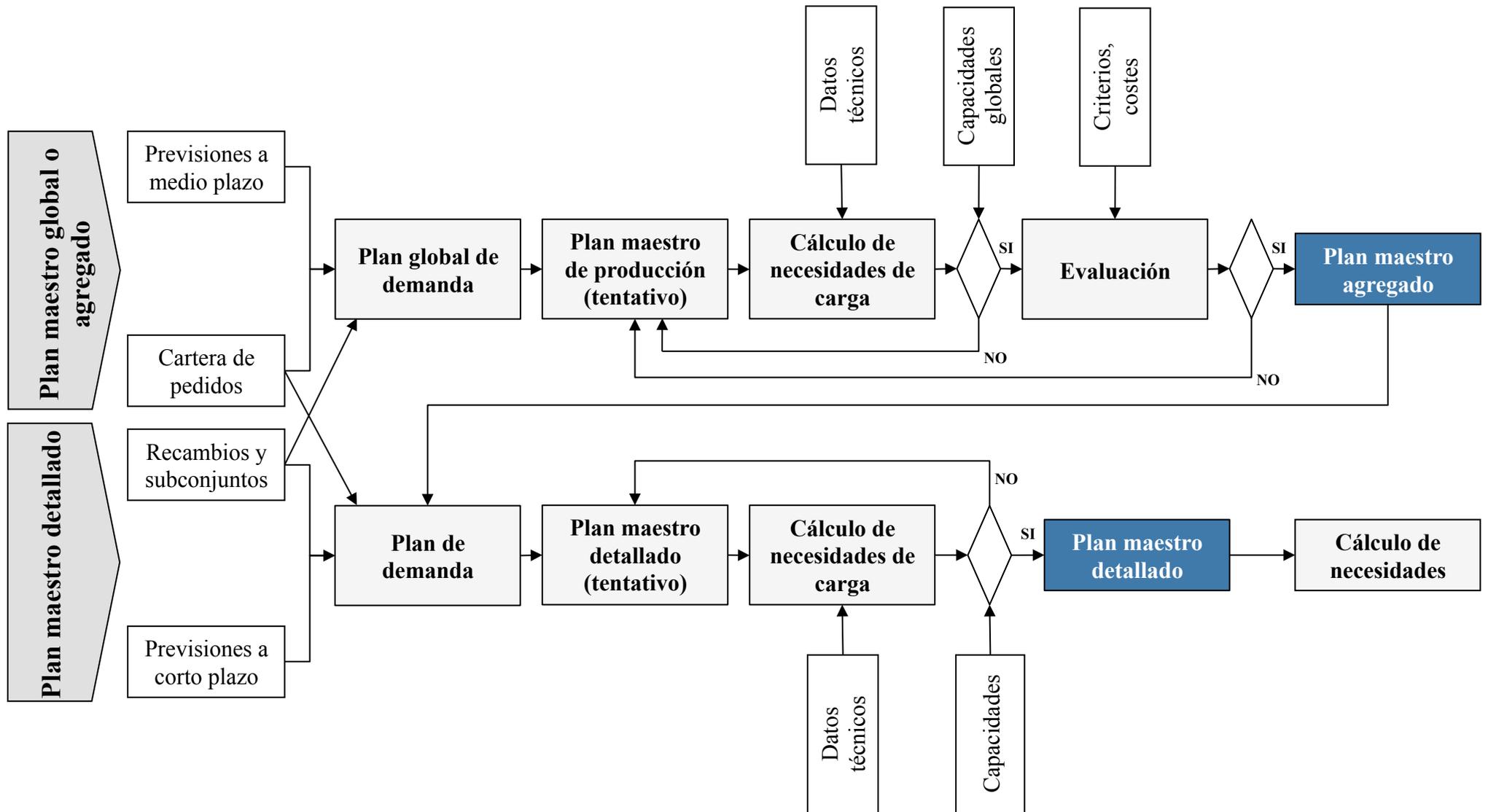
# Plan. Concepto y tipología

*Plan.*- Camino que se traza desde un estado inicial hasta un estado final para alcanzar un objetivo productivo.

NOMBRE	MOTIVO	HORIZONTE	FRECUENCIA	INTERVALO	RIGIDEZ	NIVEL
Estratégico-Producto	Definir binomio producto-mercado	10 años	2 a 3 años	1 año	4 a 5 años	Modelo gran opción
Estratégico-Proceso	Nuevas plantas Nuevas filiales	5 a 7 años	1 a 2 años	trimestral (para 1 año)	2 a 3 años	Grandes líneas
Operativo-Táctico	Coordinar inversiones	3 a 5 años	anual	Trimestral (para 1 año)	1 año	Modelo global
Maestro global	Asignar recursos críticos	12 meses	mensual	1 mes	2 meses	Familias de producto
Maestro detallado	Tasas de producción. Aprovisionamiento	16 semanas	semanal	semana	3 semanas	Productos o Mezclas
Cálculo necesidades	Órdenes fabricación y aprovisionamiento	12 semanas	semanal	semana	2 semanas	Orden
Programa operaciones	Situar operaciones en tiempo y espacio	5 días	diaria	día	1 día	Operación



# Planificación. Proceso



# Características de los modelos de planificación (1)

## *Atributos y valores:*

▪ 01 - <i>Horizonte</i>	mono-periodo	multi-periodo
▪ 02 - <i>Productos-Familias</i>	mono-producto	multi-producto
▪ 03 - <i>Recursos críticos</i>	uno	varios
▪ 04 - <i>Etapas de fabricación</i>	mono-etapa	multi-etapa
▪ 05 - <i>Rupturas</i>	no permitidas	penalizadas
▪ 06 - <i>Demanda</i>	determinista	aleatoria
▪ 07 - <i>RRHH</i>	fijo	variable
▪ 08 - <i>Instalaciones</i>	definidas	alternativas
▪ 09 - <i>Nivel productivo</i>	uno	varios
▪ 10 - <i>Procesos</i>	definidos	alternativos



# Características de los modelos de planificación (2)

*Formatos:*

1. Multiperiodo: Introduce el índice temporal y las restricciones correspondientes a la conservación del flujo

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T$$

2. Multiproducto: La utilización conjunta de un recurso o fuente por varios productos conduce a restricciones de limitación de la capacidad

$$\sum_{i \in P} a_{i,s} \cdot x_{i,t,s} \leq A_{t,s} \quad \forall t = 1, \dots, T, \forall s \in S$$

3. Roturas: El stock de las expresiones de flujo corresponden al stock neto por lo que hay que tener en cuenta el exceso (+) y el defecto (-) de stock.

$$I_{i,t} - I_{i,t}^+ + I_{i,t}^- = I_{i,t}^* \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T$$

5. RRHH variable: La variación de RRHH impacta sobre la capacidad productiva en cada periodo y en los costes de personal

$$W_t = W_{t-1} + w_t^+ - w_t^- \quad \forall t = 1, \dots, T \quad A_t = f(W_t) \quad \forall t = 1, \dots, T$$



# Modelo multi-producto con recursos críticos (1)

*Hipótesis:*

1. Varios productos o familias de productos, una sola etapa y una sola modalidad.
2. Varios recursos productivos compartidos por los productos.
3. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en la modalidad.
4. Se considera un horizonte de planificación  $T$  dividido en periodos mensuales.
5. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
6. La demanda global debe ser satisfecha.
7. El producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
8. La demanda puede diferirse con un coste por unidad de producto y mes.
9. La capacidad productiva de un mes depende de la disponibilidad de los recursos. No entra aquí la posibilidad de variar dicha disponibilidad.
10. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock y (3) los costes por diferir la demanda.



## Modelo multi-producto con recursos críticos (2)

### Nomenclatura:

#### Parámetros:

- $T, t$  Horizonte del plan · Índice de periodo:  $t = 1, \dots, T$
- $P, K$  Conjunto de tipos de productos · Conjunto de tipos de recurso
- $i, k$  Índice de producto ( $i \in P$ ) : ( $i = 1, \dots, |P|$ ) · Índice de recurso ( $k \in K$ ) : ( $k = 1, \dots, |K|$ )
- $d_{i,t}$  Demanda del producto  $i \in P$  en el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I_{i,t}^*$  Stock ideal del producto  $i \in P$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )
- $a_{k,i}$  Unidades del recurso  $k \in K$  requeridas por una unidad del producto  $i \in P$  (coef. tec.)
- $b_{k,t}$  Unidades del recurso  $k \in K$  (no transferibles por periodos) disponibles en el periodo  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $c_{u_i}$  Coste unitario de producción de  $i \in P$  en la modalidad (um / unidad)
- $c_{h_i}, c_{b_i}$  Coste de posesión de stock de  $i \in P$  · Coste de diferir la demanda de  $i \in P$  (um / unidad\_mes)

#### Variables:

- $X_{i,t}$  Producción total del producto  $i \in P$  durante el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I_{i,t}$  Stock neto del producto  $i \in P$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )
- $I_{i,t}^+, I_{i,t}^-$  Exceso ( $I_{i,t}^+$ ) y Defecto ( $I_{i,t}^-$ ) de stock del producto  $i \in P$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )



## Modelo multi-producto con recursos críticos (3)

LP-5: *Modelo multiproducto con recursos críticos y una fuente. Formulación*

$$\text{LP-5: } \min C_T = \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^T c_{u_i} X_{i,t} + \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^T (c_{h_i} I_{i,t}^+ + c_{b_i} I_{i,t}^-) \quad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \quad (1)$$

$$I_{i,t} - I_{i,t}^+ + I_{i,t}^- = I_{i,t}^* \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{i \in P} a_{k,i} X_{i,t} \leq b_{k,t} \quad \forall k \in K, \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$(X_{i,t}, I_{i,t}^+, I_{i,t}^-) \geq \vec{0} \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \quad (4)$$

Condiciones LP-5:

- Stock inicial conocido:  $I_{i,0} = I_{i,0}^* \quad \forall i \in P$
- Plan sin demanda diferida:  $I_{i,t}^- = 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T$
- Plan tasas JIT · DS:  $I_{i,t}^- = I_{i,t}^+ = 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T$



## Modelo multi-producto con recursos críticos (4)

LP-5: *Modelo multiproducto con recursos críticos y una fuente. Restricciones adicionales*

$$1. \text{ Regulación stocks: } \left\{ \begin{array}{l} I_{i,t}^+ \leq I_{i,t}^{+\max} \\ I_{i,t}^- \leq I_{i,t}^{-\max} \end{array} \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \\ \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$2. \text{ Regulación de la producción: } \left\{ \begin{array}{l} X_{i,t} \leq X_{i,t}^{\max} \\ X_{i,t} \geq X_{i,t}^{\min} \end{array} \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \\ \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$3. \text{ Producción modalidad extra: } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in P} a_{k,i} \hat{X}_{i,t} \leq \hat{b}_{k,t} \\ X_{i,t} + \hat{X}_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \\ C'_T = C_T + \sum_{t=1}^T \hat{c}_{u_i} \hat{X}_{i,t} \end{array} \quad \begin{array}{l} \forall k \in K, \forall t = 1, \dots, T \\ \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \\ (0) \end{array} \right\}$$

Causas: Espacio disponible, compromisos con clientes, pacto entre agentes, etc.



# Implosión multi-producto con capacidad y partes limitadas

*Implosión: Establecer un plan de producción, sujeto a criterio, a partir de la disponibilidad de partes y componentes*

*Hipótesis:*

1. Se considera un horizonte de planificación  $T$  dividido en periodos mensuales, semanales o diarios.
2. Se tiene un conjunto  $P$  de productos, unos con demanda independiente y otros con demanda dependiente. Los productos con demanda independiente ofrecen ingresos en función de la demanda satisfecha.
3. Se tiene un conjunto  $S$  de fuentes de producción que representa las formas de obtener los productos. Toda fuente tiene su capacidad de producción limitada mensualmente.
4. Los productos y partes con demanda dependiente pueden estar limitados en existencias.
5. Todo tipo de producto con demanda independiente emplea parte de la capacidad de las fuentes y consume materiales componentes para su elaboración.
6. Los costes variables de producción dependen del producto y de la modalidad empleada.
7. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades.
8. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
9. La demanda global de los productos puede quedar insatisfecha.
10. Todo producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
11. Las demandas pueden diferirse con unos coste por unidad de producto y mes.
12. El beneficio global de un plan es la diferencia entre ingresos y costes.



# Implosión · Lista de materiales

*Fórmula:*

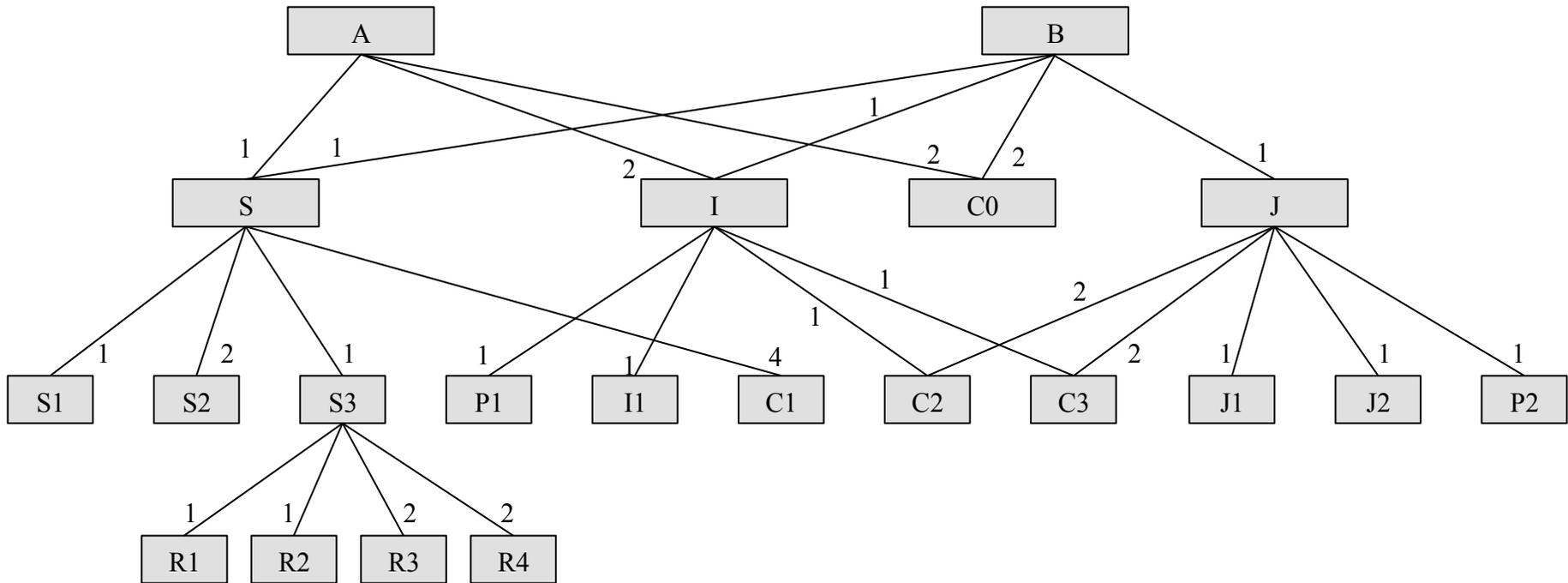
$$A = S + 2 \cdot I + 2 \cdot C0 \quad S = S1 + 2 \cdot S2 + S3 + 4 \cdot C1$$

$$B = S + I + J + 2 \cdot C0 \quad I = I1 + C2 + C3 + P1$$

$$J = J1 + J2 + 2 \cdot C2 + 2 \cdot C3 + P2$$

$$S3 = R1 + R2 + 2 \cdot R3 + 2 \cdot R4$$

*Grafo:*



# Modelo implosión multi-producto (1)

## Nomenclatura:

### Parámetros:

- $T, t$  Horizonte del plan · Índice de periodo:  $t = 1, \dots, T$
- $P$  Conjunto de productos  $P = P_I \cup P_D$  : productos con demanda independiente ( $P_I$ ) y con demanda dependiente ( $P_D$ )
- $S$  Conjunto de fuentes de producción
- $i, s$  Índice de producto ( $i \in P$ ) · Índice de fuente de producción ( $s \in S$ )
- $d_{i,t}, I_{i,t}^*$  Demanda del producto  $i \in P_I$  en el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) · Stock ideal de  $i \in P_I$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )
- $A_{t,s}$  Capacidad máxima de producción de la fuente  $s \in S$  en el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ). v.g.- horas/mes.
- $\widehat{N}_{j,t}$  Disponibilidad de la parte (subconjunto, componente)  $j \in P_D$  prevista para el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) - diferible -
- $a_{i,s}$  Capacidad requerida a la fuente  $s \in S$  para fabricar una unidad de  $i \in P_I$ . v.g.- tiempo de proceso.
- $\widehat{n}_{j,i}$  Número de unidades de tipo  $j \in P_D$  requeridas directa o transitivamente por una unidad de tipo  $i \in P_I$
- $c_{u_{i,s}}$  Coste unitario de producción de  $i \in P_I$  en modalidad  $s \in S$  (um / unidad)
- $c_{h_i}, c_{b_i}$  Coste de posesión de stock de  $i \in P_I$  · Coste de diferir la demanda de  $i \in P_I$  (um / unidad\_ mes)
- $b_i$  Ingreso unitario por satisfacer la demanda del producto  $i \in P_I$  (um / unidad) ·  $b_i > c_{u_{i,s}} \quad \forall i \in P_I \quad \forall s \in S$

### Variables:

- $x_{i,t,s}$  Producción parcial del producto  $i \in P_I$  con modalidad  $s \in S$  durante el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $X_{i,t}$  Producción total del producto  $i \in P_I$  durante el mes  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ )
- $I_{i,t}$  Stock neto del producto  $i \in P_I$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )
- $I_{i,t}^+, I_{i,t}^-$  Exceso ( $I_{i,t}^+$ ) y Defecto ( $I_{i,t}^-$ ) de stock del producto  $i \in P_I$  al final del mes  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )



## Modelo implosión multi-producto (2)

Formulación:

$$\text{LP-6: max } \Gamma_T = \left( \sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^T b_i X_{i,t} \right) - \left( \sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^T \sum_{s \in S} c_{u_{i,s}} x_{i,t,s} + \sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^T (c_{h_i} I_{i,t}^+ + c_{b_i} I_{i,t}^-) \right) \quad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t} - \sum_{s \in S} x_{i,t,s} = 0 \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (1)$$

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} \leq d_{i,t} \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$I_{i,t} - I_{i,t}^+ + I_{i,t}^- = I_{i,t}^* \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{i \in P_I} a_{i,s} \cdot x_{i,t,s} \leq A_{t,s} \quad \forall t = 1, \dots, T, \forall s \in S \quad (4)$$

$$\sum_{\tau=1}^t \sum_{i \in P_I} \hat{n}_{j,i} \cdot X_{i,\tau} \leq \sum_{\tau=1}^t \hat{N}_{j,\tau} \quad \forall j \in P_D, \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$x_{i,t,s} \geq 0 \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T, \forall s \in S \quad (6)$$

$$X_{i,t} \geq 0 \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (8)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad \forall i \in P_I, \forall t = 1, \dots, T \quad (9)$$

Condiciones LP-6:

- Stock inicial conocido:  $I_{i,0} = I_{i,0}^* \quad \forall i \in P_I$
- En general, los periodos pueden ser mensuales, semanales o diarios



## Modelo implosión multi-producto (3)

LP-6: *Modelo implosión multi-producto con capacidad de las fuentes y disponibilidad de materiales limitadas · Restricciones adicionales*

$$1. \text{ Regulación stocks: } \left\{ \begin{array}{l} I_{i,t}^+ \leq I_{i,t}^{+\max} \\ I_{i,t}^- \leq I_{i,t}^{-\max} \end{array} \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \\ \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$2. \text{ Producción rgulada: } \left\{ \begin{array}{l} X_{i,t} \leq X_{i,t}^{\max} \\ X_{i,t} \geq X_{i,t}^{\min} \end{array} \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \\ \forall i \in P, \forall t = 1, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$3. \text{ Recursos críticos: } \left\{ \sum_{i \in P} a_{k,i} X_{i,t} \leq b_{k,t} \quad \forall k \in K, \forall t = 1, \dots, T \right\}$$

$a_{k,i}$  Unidades del recurso  $k \in K$  requeridas por una unidad del producto  $i \in P$  (coef. tec.)

$b_{k,t}$  Unidades del recurso  $k \in K$  (no transferibles por periodos) disponibles en el periodo  $t (t = 1, \dots, T)$

Causas: Espacio disponible, compromisos con clientes, pacto entre agentes, etc.



# Modelo multi-producto·multi-centro con recursos críticos (1)

## *Hipótesis:*

1. Varios productos o familias de productos y una sola etapa de producción.
2. Varios centros de producción para fabricar los productos. Varios recursos productivos en cada centro compartidos por los productos.
3. Varios centros de consumo (o distribuidores logísticos) destinatarios de los productos fabricados en los centros de producción. La demanda de los productos se asocia a los centros de consumo.
4. Se considera un horizonte de planificación  $T$  dividido en periodos mensuales o semanales.
5. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes. La demanda global debe ser satisfecha en la medida de lo posible.
6. Los productos pueden almacenarse en los centros productivos con un coste por unidad y mes. La demanda puede diferirse con un coste por unidad y mes. El producto puede ser transportado con un coste unitario dependiente de los centros productivo (origen) y de consumo (destino).
7. La capacidad productiva de un mes depende de la disponibilidad de los recursos en los centros. No entra aquí la posibilidad de variar dicha disponibilidad.
8. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock, (3) costes por diferir la demanda, y (4) los costes de transportar los productos desde los centros productivos hasta los centros de consumo.



## Modelo multi-producto·multi-centro con recursos críticos (2)

### Nomenclatura:

#### Parámetros:

$T, t$	Horizonte del plan · Índice de periodo: $t = 1, \dots, T$
$P, K$	Conjunto de tipos de productos · Conjunto de tipos de recurso
$A, \Omega$	Conjunto de centros productivos ( $A$ : origen) · Conjunto de centros de consumo ( $\Omega$ : destinos)
$i, k$	Índice de producto ( $i \in P$ ) : ( $i = 1, \dots,  P $ ) · Índice de recurso ( $k \in K$ ) : ( $k = 1, \dots,  K $ )
$\alpha, \omega$	Índice de centro origen ( $\alpha \in A$ ) : ( $\alpha = 1, \dots,  A $ ) · Índice de centro destino ( $\omega \in \Omega$ ) : ( $\omega = 1, \dots,  \Omega $ )
$d_{i,t}^{\omega}$	Demanda del producto $i \in P$ en el centro destino $\omega \in \Omega$ durante el mes $t$ ( $t = 1, \dots, T$ )
$I_{i,t}^{\alpha*}$	Stock ideal del producto $i \in P$ en el centro origen $\alpha \in A$ al final del mes $t$ ( $t = 0, \dots, T$ )
$a_{k,i}^{\alpha}$	Unidades del recurso $k \in K$ requeridas por una unidad del producto $i \in P$ en el centro origen $\alpha \in A$
$b_{k,t}^{\alpha}$	Unidades del recurso $k \in K$ disponibles en el centro origen $\alpha \in A$ durante el periodo $t$ ( $t = 1, \dots, T$ )
$c_{u_i}^{\alpha}, l_i^{(\alpha,\omega)}$	Coste unitario de producción de $i \in P$ en $\alpha \in A$ y de transporte unitario ( $\alpha, \omega \in (A, \Omega)$ ) (um / unidad)
$c_{h_i}^{\alpha}, c_{b_i}^{\alpha}$	Coste de posesión de stock de $i \in P$ y de diferir la demanda en el centro origen $\alpha \in A$ (um / unidad_ mes)

#### Variables:

$X_{i,t}^{\alpha}, I_{i,t}^{\alpha}$	Producción y stock neto del producto $i \in P$ en el origen $\alpha \in A$ durante el periodo $t$ ( $t = 0, \dots, T$ )
$I_{i,t}^{\alpha+}, I_{i,t}^{\alpha-}$	Exceso ( $I_{i,t}^{\alpha+}$ ) y Defecto ( $I_{i,t}^{\alpha-}$ ) de stock del producto $i \in P$ en el origen $\alpha \in A$ al final de $t$ ( $t = 0, \dots, T$ )
$Y_{i,t}^{(\alpha,\omega)}$	Unidades del producto $i \in P$ transportadas desde $\alpha \in A$ a $\omega \in \Omega$ durante el periodo $t$ ( $t = 0, \dots, T$ )



## Modelo multi-producto·multi-centro con recursos críticos (3)

LP-7: *Modelo multiproducto-multicentro con recursos críticos. Formulación*

$$\text{LP-7: } \min C_T = \sum_{\alpha \in A} \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^T c_{u_i}^{\alpha} X_{i,t}^{\alpha} + \sum_{\alpha \in A} \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^T (c_{h_i}^{\alpha} I_{i,t}^{\alpha+} + c_{b_i}^{\alpha} I_{i,t}^{\alpha-}) + \sum_{\alpha \in A} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^T l_i^{(\alpha,\omega)} Y_{i,t}^{(\alpha,\omega)} \quad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t}^{\alpha} + I_{i,t-1}^{\alpha} - I_{i,t}^{\alpha} = \sum_{\omega \in \Omega} Y_{i,t}^{(\alpha,\omega)} \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T \quad (1)$$

$$\sum_{\alpha \in A} Y_{i,t}^{(\alpha,\omega)} = d_{i,t}^{\omega} \quad \forall i \in P, \forall \omega \in \Omega, \forall t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$I_{i,t}^{\alpha} - I_{i,t}^{\alpha+} + I_{i,t}^{\alpha-} = I_{i,t}^{\alpha*} \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{i \in P} a_{k,i}^{\alpha} X_{i,t}^{\alpha} \leq b_{k,t}^{\alpha} \quad \forall k \in K, \forall \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$(X_{i,t}^{\alpha}, I_{i,t}^{\alpha+}, I_{i,t}^{\alpha-}, Y_{i,t}^{(\alpha,\omega)}) \geq \vec{0} \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A, \forall \omega \in \Omega, \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$

Condiciones LP-7:

- Stock inicial conocido:

$$I_{i,0}^{\alpha} = I_{i,0}^{\alpha*} \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A$$

- Plan sin demanda diferida:

$$I_{i,t}^{\alpha-} = 0 \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T$$

- Plan tasas JIT · DS:

$$I_{i,t}^{\alpha-} = I_{i,t}^{\alpha+} = 0 \quad \forall i \in P, \forall \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T$$



# Modelo multi-producto·multi-centro con recursos críticos (4)

LP-7: *Modelo multiproducto-multicentro con recursos críticos. Restricciones adicionales*

Sean:	}	$\Gamma, M$	Conjuntos de fuentes de materia prima y de tipos de materia prima
		$\varphi, j$	Índice de fuente: $\varphi \in \Gamma$ ( $\varphi = 1, \dots,  \Gamma $ ). Índice de tipo de materia: $j \in M$ ( $j = 1, \dots,  M $ )
		$\hat{n}_{j,i}$	Unidades de materia de tipo $j \in M$ requerida por una unidad de producto $i \in P$
		$Q_{j,t}^\alpha$	Unidades de materia $j \in M$ requeridas por el centro $\alpha \in A$ en el periodo $t = 1, \dots, T$
		$q_{j,t}^{(\varphi,\alpha)}$	Unidades de materia $j \in M$ adquiridas a $\varphi \in \Gamma$ por $\alpha \in A$ en el periodo $t = 1, \dots, T$

1. Cálculo de necesidades de materia prima en los centros productivos:

$$(i) \quad \sum_{i \in P} \hat{n}_{j,i} \cdot X_{i,t}^\alpha = Q_{j,t}^\alpha \quad \forall j \in M, \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T$$

$$(ii) \quad \sum_{\varphi \in \Gamma} q_{j,t}^{(\varphi,\alpha)} = Q_{j,t}^\alpha \quad \forall j \in M, \alpha \in A, \forall t = 1, \dots, T$$

2. Limitación de las fuentes de materia prima y contrato de mínimos con proveedores:

$$(iii) \quad \hat{q}_{j,t}^{\varphi \min} \leq \sum_{\alpha \in A} q_{j,t}^{(\varphi,\alpha)} \leq \hat{q}_{j,t}^{\varphi \max} \quad \forall j \in M, \forall \varphi \in \Gamma, \forall t = 1, \dots, T$$

3. Añadir costes de adquisición y transporte de materia prima:

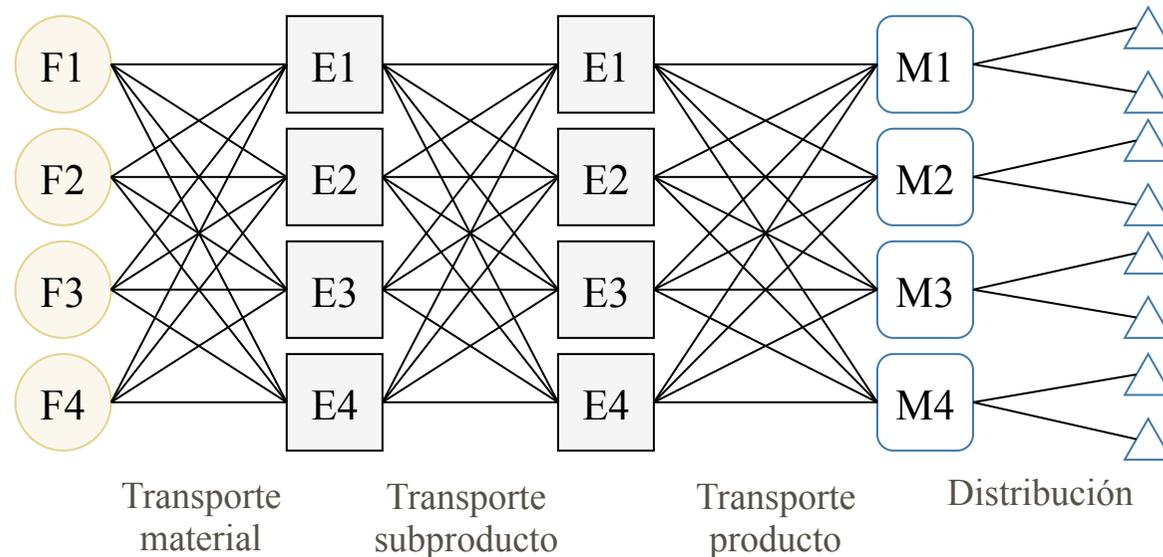
$$(iv) \quad \min C'_T = C_T + \sum_{\varphi \in \Gamma} \sum_{\alpha \in A} \sum_{j \in M} \sum_{t=1}^T c_{m_j}^{(\varphi,\alpha)} q_{j,t}^{(\varphi,\alpha)}$$



# Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (1)

## DANAE\_DANONE · *Status Quo*

1. 100 *especialidades* de productos agrupados en 22 *familias*.
2. 17 fuentes de materia prima (leche y nata)
3. 6 fábricas (centros productivos)
4. 5+1 centros regionales de distribución.
5. 38 centros provinciales de distribución.



DANONE – UPC: R Companys · J Bautista (1989-1990)



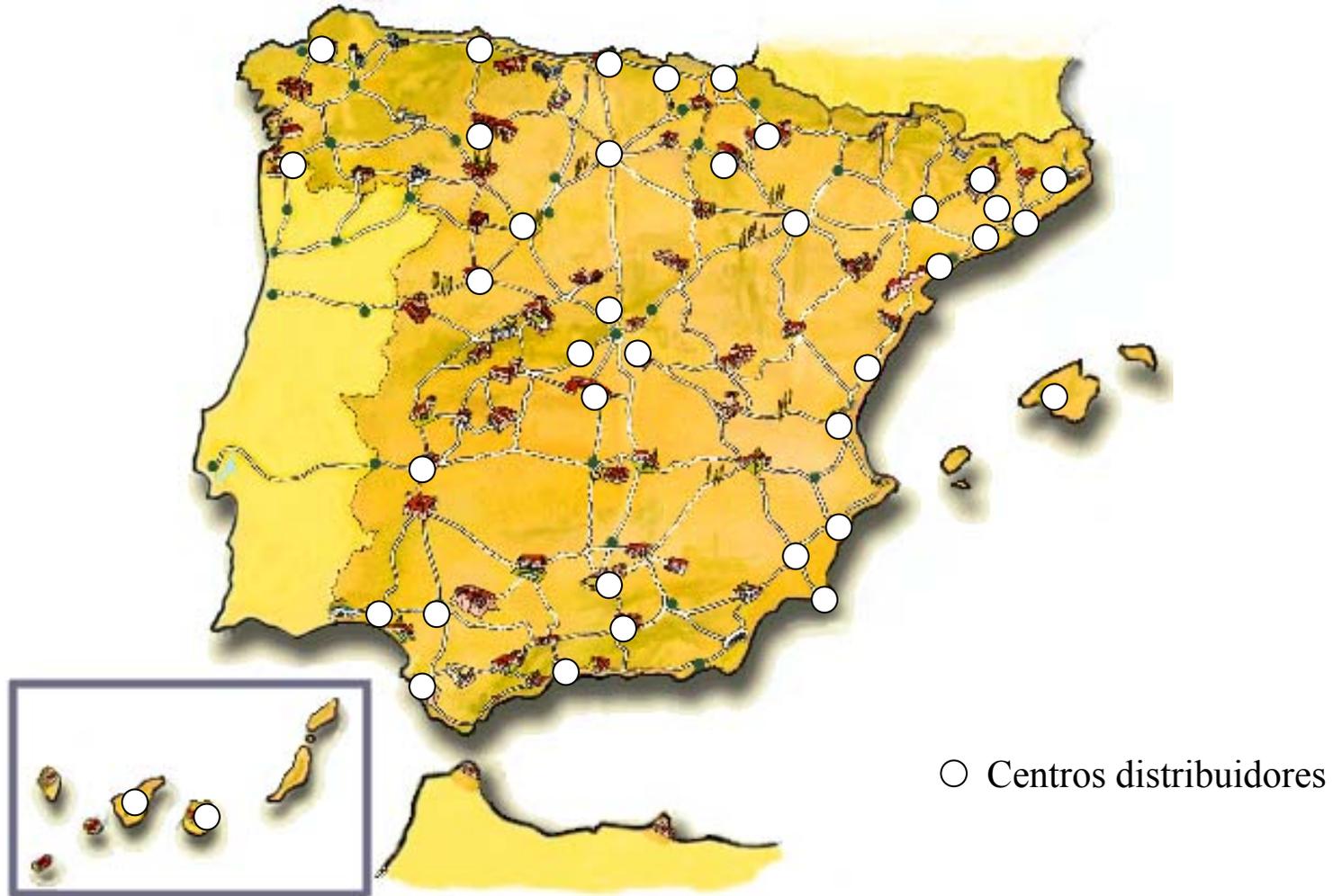
**PROTHIUS**  
Càtedra Organització Industrial

SAP' 18 – Plan (III) 19

J. Bautista

# Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (2)

DANAE\_DANONE · *Centros de distribución*



## Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (3)

### *Objetivo general y condiciones especiales:*

1. Objetivo: Minimizar los costes de explotación del sistema en diversos escenarios.
2. Un centro regional se abastece de cada especialidad desde una sola fábrica.
3. El coste operativo de un camión es prácticamente el mismo con independencia de a carga.
4. Costes escalonados por cambios de especialidad en una línea de producción.
5. Analizar el impacto por especializar las líneas de envasado.

### *Escenarios:*

1. E0: *Estructura inicial*: análisis de la robustez del sistema ante la variación de la demanda.
2. E1: *Estructura ampliada*: análisis del comportamiento del sistema incrementando su capacidad productiva mediante la mejora o adquisición de líneas de envasado.
3. E2: *Estructura con supresión de alguna planta*: análisis del impacto sobre los costes de explotación de la supresión de una planta y adaptación de la capacidad de las restantes.
4. E3: *Estructura con adición de nueva planta en localización concreta*: determinación de las prestaciones de la nueva planta y su impacto sobre las restantes.



## Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (4)

*Función objetivo del modelo: Minimizar costes*

1. Aprovechamiento de materia prima.
2. Transporte de productos.
3. Funcionamiento de las líneas de envasado y por cambio de especialidad

*Variables del modelo: 3000 continuas, 350 binarias, 16 enteras*

1. Binarias (*familia/fábrica*): valor 1 si se fabrica la familia en la fábrica.
2. Binarias (*producto/fábrica*): valor 1 si se fabrica el producto en la fábrica.
3. Continuas (*producto/fábrica*): cantidad de producto que se elabora en la fábrica.
4. Continuas (*producto/fábrica/centro regional*): cantidad de producto transportado desde la fábrica hasta el centro regional.
5. Enteras (*ruta*): número de camiones necesarios para el transporte de producto (y retorno de envases) en la ruta.
6. Continuas (*consumo en fábrica*): consumo de materia prima principal en la fábrica.
7. Continuas (*fuentes/fábrica*): materia prima transportada desde la fuente hasta la fábrica.



## Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (5)

*Parámetros del modelo:*

1. Demanda (especialidad/centro regional).
2. Capacidad (línea/fábrica).
3. Lote mínimo de producción (especialidad).
4. Consumo unitario de materia prima y balance unitario de subproducto (especialidad).
5. Capacidad de los contenedores y de los camiones (contenedores llenos y vacíos).
6. Disponibilidad de materia prima (fuente).
7. Costes unitarios (materia prima).
8. Costes unitarios (rutas transporte productos).
9. Costes unitarios (transporte subproducto).
10. Costes de *setup* (puesta en marcha de las líneas de producción).
11. Costes de cambio de especialidad en las líneas (especialidad/línea).



## Caso de estudio LP-7: Sistema Danae\_Danone (6)

*Restricciones del modelo: 2500 restricciones*

1. **Demanda:** La masa de todo producto que llega a un centro regional (desde las plantas) debe coincidir con la masa solicitada por el centro regional.
2. **Producción:** La masa de todo producto elaborado en una fábrica debe coincidir con la masa transportada desde la fábrica.
3. **Capacidad de producción:** La masa de toda familia de productos elaborados en una fábrica no debe superar a la masa límite establecida por la capacidad de las líneas implicadas.
4. **Lote mínimo:** La masa de todo producto elaborado en una fábrica debe ser igual o superior a la masa establecida por el lote mínimo del producto.
5. **Aprovisionamiento:** La masa de materia prima (leche) recibida en una fábrica debe ser igual a la necesitada en la fábrica para elaborar los productos.
6. **Disponibilidad:** La masa de materia prima enviada desde una fuente a todas las fábricas no debe superar a la disponible en la fuente.
7. **Transporte:** El número de camiones de toda ruta debe ser suficiente para asegurar el transporte de producto y el retorno de los envases a su origen.

