UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Planificación mediante programación matemática II

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización (240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2018/29 240EO316 (20180304) - http://futur.upc.edu/OPE - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC

Contenido

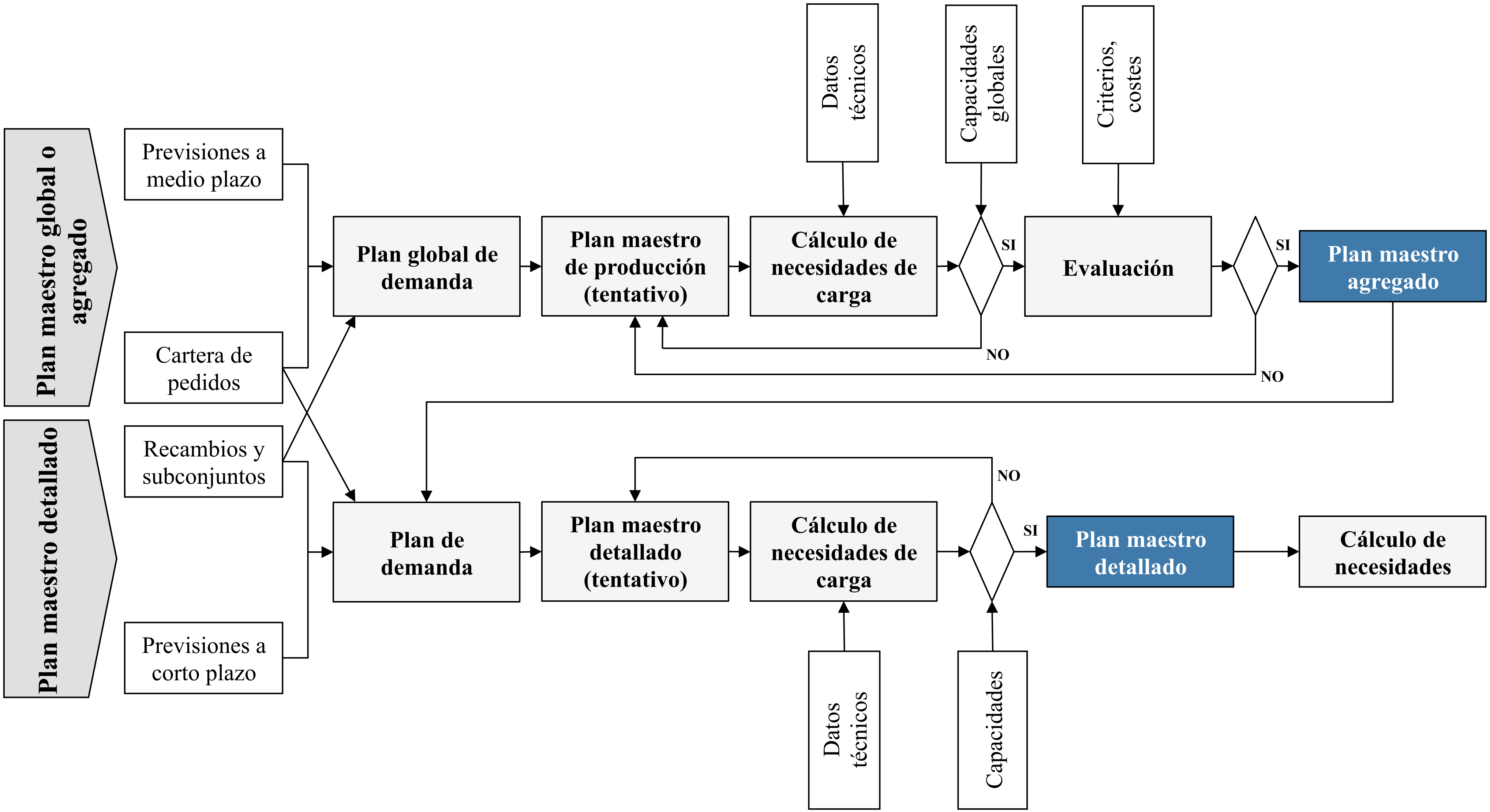
- Plan. Concepto y tipología
- Planificación. Proceso
- Planificación agregada. Hipótesis
- Planificación agregada. Nomenclatura
- Planificación agregada. Modelos de optimización
- Planificación detallada. Hipótesis
- Planificación detallada. Modelos de optimización
- Características de los modelos de planificación
- Modelo con RRHH variable y demanda diferida
- Modelo multi-producto con recursos críticos
- Caso de estudio LP-5: Sistema INPLA_SEAT
- Modelo Implosión multi-producto con limitación de materiales

Plan. Concepto y tipología

Plan.- Camino que se traza desde un estado inicial hasta un estado final para alcanzar un objetivo productivo.

NOMBRE	MOTIVO	HORIZONTE	FRECUENCIA	INTERVALO	RIGIDEZ	NIVEL
Estratégico-Producto	Definir binomio producto-mercado	10 años	2 a 3 años	1 año	4 a 5 años	Modelo gran opción
Estratégico-Proceso	Nuevas plantas Nuevas filiales	5 a 7 años	1 a 2 años	trimestral (para 1 año)	2 a 3 años	Grandes líneas
Operativo-Táctico	Coordinar inversiones	3 a 5 años	anual	Trimestral (para 1 año)	1 año	Modelo global
Maestro global	Asignar recursos críticos	12 meses	mensual	1 mes	2 meses	Familias de producto
Maestro detallado	Tasas de producción. Aprovisionamiento	16 semanas	semanal	semana	3 semanas	Productos o Mezclas
Cálculo necesidades	Órdenes fabricación y aprovisionamiento	12 semanas	semanal	semana	2 semanas	Orden
Programa operaciones	Situar operaciones en tiempo y espacio	5 días	diaria	día	1 día	Operación

Planificación. Proceso



Planificación agregada. Hipótesis

1. Una sola familia de productos y una sola etapa global productiva.
2. Se tiene un conjunto S de modalidades o fuentes de producción que representa las formas de obtener el producto; cada modalidad tiene su capacidad limitada.
3. Los costes variables de producción dependen de la modalidad empleada.
4. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades.
5. Se considera un horizonte de planificación T dividido en periodos mensuales.
6. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
7. La tasa diaria de producción es constante durante el mes, admitiendo la posibilidad de variar dicha tasa de un mes a otro. La demanda global debe ser satisfecha.
8. El producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
9. La demanda puede diferirse con un coste por unidad de producto y mes.
10. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock, y (3) costes por diferir la demanda.

Planificación agregada. Nomenclatura

Parámetros:

T, S Horizonte del plan · Conjunto de modalidades o fuentes de producción (turno, planta, máquina)

t, λ_t Índice de periodo $t = 0,..,T$ (mes) · Días laborables del mes $t\,(t = 1,..,T)$

α, I_t^* Factor de stock de seguridad · Stock ideal al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

$d_t, \hat{d}_t$ Demanda del mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Demanda corregida del mes $t\,(t = 1,..,T)$

$r_s^{\max}$ Tasa máxima de producción diaria en modalidad $s \in S$ (unidades / día)

$x_{t,s}^{\max}$ Produccion máxima con modalidad $s \in S$ en el mes t $(t = 1,..,T)$: $x_{t,s}^{\max} = \lambda_t \cdot r_s^{\max} \quad \forall t \forall s$

c_{u_s} Coste de producción unitario en modalidad $s \in S$ (um / unidad)

c_h, c_b Coste de posesión de stock · Coste de diferir la demanda (um / unidad_ mes)

Variables:

$x_{t,s}, X_t$ Produccion parcial con modalidad $s \in S$ y total en el mes $t\,(t = 1,..,T)$

$r_{t,s}, R_t$ Tasa parcial de producción diaria con modalidad $s \in S$ y total en el mes $t\,(t = 1,..,T)$

I_t Stock neto al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$. $I_0 = I_0^*$ (stock inicial)

I_t^+, I_t^- Exceso (I_t^+) y Defecto (I_t^-) de stock al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Planificación agregada. Modelos de optimización (1)

LP-1: *Modelo de Bowman básico*

$$\text{LP-1: } \min C_T = \sum_{s\in S}\left(c_{u_s}\sum_{t=1}^{T} x_{t,s}\right) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_h I_t^+ + c_b I_t^-\right) \qquad (0)$$

s.a:

$$X_t - \sum_{s\in S} x_{t,s} = 0 \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$X_t + I_{t-1} - I_t = d_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$I_t - I_t^+ + I_t^- = I_t^* \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (3)$$

$$r_{t,s} \le r_s^{\max} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (4)$$

$$x_{t,s} \le x_{t,s}^{\max} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (5)$$

$$x_{t,s} - \lambda_t \cdot r_{t,s} = 0 \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (6)$$

$$(x_{t,s}, r_{t,s}) \ge \vec{0} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \qquad (7)$$

$$(X_t, I_t^+, I_t^-) \ge \vec{0} \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (8)$$

$$\text{Condiciones LP-1:}\left\{\begin{array}{l} \text{Plan sin demanda diferida } \Rightarrow I_t^- = 0 \ \ \forall t = 1,..,T \\ \text{Plan tasas JIT} \cdot \text{DS} \Rightarrow I_t^- = I_t^+ = 0 \ \ \forall t = 1,..,T \end{array}\right\}$$

Planificación agregada. Modelos de optimización (2)

LP-2: *Modelo de Bowman modificado*

Sean: $\left\{ \begin{array}{ll} \hat{x}_{t,\hat{t},s} & \text{Producción con modalidad } s \in S, \text{ en el mes } \hat{t}\ (\forall \hat{t}), \text{ para cubrir la demanda del mes } t\ (\forall t) \\ c_{t,\hat{t},s} & \text{Coste unitario de produción asociado a } \hat{x}_{t,\hat{t},s}\ (\forall t\ \forall \hat{t}\ \forall s) \end{array} \right\}$

$$\text{LP-2: } \min C_T = \sum_{t=1}^{T} \sum_{\hat{t}=1}^{T} \sum_{s=1}^{|S|} c_{t,\hat{t},s} \cdot \hat{x}_{t,\hat{t},s} \qquad (0)$$

s.a:

$$\sum_{\hat{t}=1}^{T} \sum_{s=1}^{|S|} \hat{x}_{t,\hat{t},s} = \hat{d}_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$\sum_{t=1}^{T} \hat{x}_{t,\hat{t},s} \le x_{\hat{t},s}^{\max} \qquad \forall \hat{t} = 1,..,T; \forall s \in S \qquad (2)$$

$$\hat{x}_{t,\hat{t},s} \ge 0 \qquad \forall t = 1,..,T;\ \forall \hat{t} = 1,..,T;\ \forall s \in S \qquad (3)$$

Relaciones LP-1 · LP2: $x_{\hat{t},s} = \sum_{t=1}^{T} \hat{x}_{t,\hat{t},s}\ (\forall \hat{t}\ \forall s);\ c_{t,\hat{t},s} = \left\{ \begin{array}{ll} c_{u_s} + (t - \hat{t}) \cdot c_h, & \text{si } \hat{t} \le t \\ c_{u_s} + (\hat{t} - t) \cdot c_b, & \text{si } \hat{t} > t \end{array} \right\}\ (\forall t\ \forall \hat{t}\ \forall s)$

Condiciones LP-2: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Plan sin demanda diferida: } \hat{x}_{t,\hat{t},s} = 0\ \forall \hat{t} > t\ \ (t = 1,..,T-1) \\ \text{Plan tasas JIT} \cdot \text{DS : } \hat{x}_{t,\hat{t},s} = 0\ \forall \hat{t} \ne t\ \ (t = 1,..,T) \end{array} \right\}\ (\forall s)$

Planificación detallada. Hipótesis

1. Se considera un horizonte de planificación T dividido en periodos mensuales.
2. Se tiene un conjunto P de tipos de producto.
3. Se tiene un conjunto S de fuentes de producción que representa las formas de obtener los productos. Toda fuente tiene su capacidad de producción limitada mensualmente.
4. Todo tipo de producto emplea parte de la capacidad de las fuentes para su fabricación.
5. Los costes variables de producción dependen del producto y la modalidad empleada.
6. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades.
7. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
8. La demanda global de todos los productos debe ser satisfecha.
9. Todo producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
10. Las demandas pueden diferirse con unos coste por unidad de producto y mes.
11. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock, y (3) costes por diferir la demanda.

Planificación detallada. Modelos de optimización (1)

Nomenclatura:

Parámetros:

T, t	Horizonte del plan · Índice de periodo: $t = 1,..,T$
P, S	Conjunto de tipos de productos · Conjunto de fuentes de producción
i, s	Índice de producto ($i \in P$) · Índice de fuente de producción ($s \in S$)
$d_{i,t}, I^*_{i,t}$	Demanda del producto $i \in P$ en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Stock ideal de $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$A_{t,s}$	Capacidad máxima de producción de la fuente $s \in S$ en el mes t $(t = 1,..,T)$. v.g.- horas/mes.
$a_{i,s}$	Capacidad requerida a la fuente $s \in S$ para fabricar una unidad de $i \in P$. v.g.- tiempo de proceso.
$c_{u_{i,s}}$	Coste unitario de producción de $i \in P$ en modalidad $s \in S$ (um / unidad)
c_{h_i}, c_{b_i}	Coste de posesión de stock de $i \in P$ · Coste de diferir la demanda de $i \in P$ (um / unidad_ mes)

Variables:

$x_{i,t,s}$	Produccion parcial del producto $i \in P$ con modalidad $s \in S$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$X_{i,t}$	Produccion total del producto $i \in P$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$I_{i,t}$	Stock neto del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$I^+_{i,t}, I^-_{i,t}$	Exceso ($I^+_{i,t}$) y Defecto ($I^-_{i,t}$) de stock del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Planificación detallada. Modelos de optimización (2)

Formulación:

$$\text{LP-3: } \min C_T = \sum_{i\in P}\sum_{t=1}^{T}\sum_{s\in S} c_{u_{i,s}} x_{i,t,s} + \sum_{i\in P}\sum_{t=1}^{T}\left(c_{h_i} I^+_{i,t} + c_{b_i} I^-_{i,t}\right) \qquad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t} - \sum_{s\in S} x_{i,t,s} = 0 \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$I_{i,t} - I^+_{i,t} + I^-_{i,t} = I^*_{i,t} \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (3)$$

$$\sum_{i\in P} a_{i,s} \cdot x_{i,t,s} \le A_{t,s} \qquad \forall t = 1,..,T, \forall s \in S \qquad (4)$$

$$x_{i,t,s} \ge 0 \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T, \forall s \in S \qquad (5)$$

$$X_{i,t} \ge 0 \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (6)$$

$$I^+_{i,t} \ge 0 \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (7)$$

$$I^-_{i,t} \ge 0 \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \qquad (8)$$

Condiciones LP-3:

- Stock inicial conocido: $I_{i,0} = I^*_{i,0}\ \forall i \in P$
- Plan sin demanda diferida: $I^-_{i,t} = 0\ \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$
- Plan tasas JIT · DS: $I^-_{i,t} = I^+_{i,t} = 0\ \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$

Características de los modelos de planificación (1)

Atributos y valores:

▪ 01 - *Horizonte*	mono-periodo	multi-periodo
▪ 02 - *Productos-Familias*	mono-producto	multi-producto
▪ 03 - *Recursos críticos*	uno	varios
▪ 04 - *Etapas de fabricación*	mono-etapa	multi-etapa
▪ 05 - *Rupturas*	no permitidas	penalizadas
▪ 06 - *Demanda*	determinista	aleatoria
▪ 07 - *RRHH*	fijo	variable
▪ 08 - *Instalaciones*	definidas	alternativas
▪ 09 - *Nivel productivo*	uno	varios
▪ 10 - *Procesos*	definidos	alternativos

Características de los modelos de planificación (2)

Formatos:

1. Multiperiodo: Introduce el índice temporal y las restricciones correspondientes a la conservación del flujo

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$$

2. Multiproducto: La utilización conjunta de un recurso o fuente por varios productos conduce a restricciones de limitación de la capacidad

$$\sum_{i \in P} a_{i,s} \cdot x_{i,t,s} \le A_{t,s} \qquad \forall t = 1,..,T, \forall s \in S$$

3. Roturas: El stock de las expresiones de flujo corresponden al stock neto por lo que hay que tener en cuenta el exceso (+) y el defecto (-) de stock.

$$I_{i,t} - I_{i,t}^{+} + I_{i,t}^{-} = I_{i,t}^{*} \qquad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$$

5. RRHH variable: La variación de RRHH impacta sobre la capacidad productiva en cada periodo y en los costes de personal

$$W_t = W_{t-1} + w_t^{+} - w_t^{-} \qquad \forall t = 1,..,T \qquad A_t = f\left(W_t\right) \qquad \forall t = 1,..,T$$

Modelo con RRHH variable y demanda diferida (1)

Hipótesis:

1. Una sola familia de productos y una sola etapa global productiva y una sola modalidad.
2. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en la modalidad.
3. Se considera un horizonte de planificación T dividido en periodos mensuales.
4. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
5. La demanda global debe ser satisfecha.
6. El producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
7. La demanda puede diferirse con un coste por unidad de producto y mes.
8. La capacidad productiva de un mes depende de los RRHH homogéneos disponibles en dicho mes. Hay un coste de personal por variar los RRHH disponibles.
9. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock, (3) costes por diferir la demanda y (4) costes de personal.

Modelo con RRHH variable y demanda diferida (2)

Nomenclatura:

Parámetros:

T, t	Horizonte del plan · Índice de periodo $t = 0,..,T$ (mes)
α, I_t^*	Factor de stock de seguridad · Stock ideal al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$d_t, \hat{d}_t$	Demanda del mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Demanda corregida del mes $t\,(t = 1,..,T)$
r_H, W^∞	Tasa de producción mensual por unidad de RRHH (unidades / RRHH_mes) · Límite superior RRHH
c_{u_t}	Coste de producción unitario (um / unidad) durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
c_{h_t}, c_{b_t}	Coste de posesión de stock · Coste de diferir la demanda (um / unidad_ mes) en $t\,(t = 1,..,T)$
$c_{w_t}^+, c_{w_t}^-$	Costes de contratación (c_w^+) y de despido (c_w^-) de RRHH (um / RRHH) en $t\,(t = 1,..,T)$

Variables:

X_t, W_t	Produccion total en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ · RRHH disponibles durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
w_t^+, w_t^-	Incremento (w_t^+) y decremento (w_t^-) de RRHH en el mes $t\,(t = 1,..,T)$
R_t	Tasa de producción del mes $t\,(t = 1,..,T)$: $R_t = r_{RH}^{\max} W_t$
I_t	Stock neto al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$. $I_0 = I_0^*$ (stock inicial)
I_t^+, I_t^-	Exceso (I_t^+) y Defecto (I_t^-) de stock al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Modelo con RRHH variable y demanda diferida (3)

LP-4: *Modelo de Bowman básico con RRHH y una sola fuente. Formulación*

$$\text{LP-4: } \min C_T = \sum_{t=1}^{T} c_{u_t} X_t + \sum_{t=1}^{T} c_{h_t} I_t^+ + \sum_{t=1}^{T} c_{b_t} I_t^- +$$

$$+\sum_{t=1}^{T} c_{w_t}^+ w_t^+ + \sum_{t=1}^{T} c_{w_t}^- w_t^- \qquad (0)$$

s.a:

$$X_t + I_{t-1} - I_t = d_t \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (1)$$

$$I_t - I_t^+ + I_t^- = I_t^* \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$X_t - r_H W_t \le 0 \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (3)$$

$$W_t \le W^\infty \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (4)$$

$$W_t - W_{t-1} - w_t^+ + w_t^- = 0 \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (5)$$

$$(X_t, I_t^+, I_t^-, w_t^+, w_t^-) \ge \vec{0} \qquad \forall t = 1,..,T \qquad (6)$$

$$\text{Condiciones LP-4:} \begin{Bmatrix} \text{Plan sin demanda diferida } \Rightarrow I_t^- = 0 \;\; \forall t = 1,..,T \\ \text{Plan tasas JIT} \cdot \text{DS} \Rightarrow I_t^- = I_t^+ = 0 \;\; \forall t = 1,..,T \end{Bmatrix}$$

Modelo con RRHH variable y demanda diferida (4)

LP-4: *Modelo de Bowman básico con RRHH y una sola fuente · Restricciones adicionales*

1. Restricciones de regulación stocks: $\begin{Bmatrix} I_t^+ \le I_{\max}^+ & \forall t = 1,..,T \\ I_t^- \le I_{\max}^- & \forall t = 1,..,T \end{Bmatrix}$

2. Restricciones de regulación de RRHH : $\begin{Bmatrix} W_t \ge W^0 & \forall t = 1,..,T \\ W_t \le W^\infty & \forall t = 1,..,T \end{Bmatrix}$

3. Producción extra sin variar RRHH: $\begin{Bmatrix} \hat{X}_t - \hat{r}_H W_t \le 0 & \forall t = 1,..,T \\ X_t + \hat{X}_t + I_{t-1} - I_t = d_t & \forall t = 1,..,T \\ C_T' = C_T + \sum_{t=1}^{T} \hat{c}_{u_t} \hat{X}_t & (0) \end{Bmatrix}$

Causas: Espacio disponible, compromisos con clientes, pacto entre agentes etc.

Modelo multi-producto con recursos críticos (1)

Hipótesis:

1. Varios productos o familias de productos, una sola etapa y una sola modalidad.
2. Varios recursos productivos compartidos por los productos.
3. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en la modalidad.
4. Se considera un horizonte de planificación T dividido en periodos mensuales.
5. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
6. La demanda global debe ser satisfecha.
7. El producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
8. La demanda puede diferirse con un coste por unidad de producto y mes.
9. La capacidad productiva de un mes depende de la disponibilidad de los recursos. No entra aquí la posibilidad de variar dicha disponibilidad.
10. El coste global de un plan es la suma de: (1) costes variables de producción, (2) costes de posesión de stock y (3) los costes por diferir la demanda.

Modelo multi-producto con recursos críticos (2)

Nomenclatura:

Parámetros:

T, t Horizonte del plan · Índice de periodo: $t = 1,..,T$

P, K Conjunto de tipos de productos · Conjunto de tipos de recurso

i, k Índice de producto $(i \in P)$: $(i = 1,..,|P|)$ · Índice de recurso $(k \in K)$: $(k = 1,..,|K|)$

$d_{i,t}$ Demanda del producto $i \in P$ en el mes $t\,(t = 1,..,T)$

$I^*_{i,t}$ Stock ideal del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

$a_{k,i}$ Unidades del recurso $k \in K$ requeridas por una unidad del producto $i \in P$ (coef. tec.)

$b_{k,t}$ Unidades del recurso $k \in K$ (no transferibles por periodos) disponibles en el periodo $t\,(t = 1,..,T)$

c_{u_i} Coste unitario de producción de $i \in P$ en la modalidad (um / unidad)

c_{h_i}, c_{b_i} Coste de posesión de stock de $i \in P$ · Coste de diferir la demanda de $i \in P$ (um / unidad_ mes)

Variables:

$X_{i,t}$ Produccion total del producto $i \in P$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$

$I_{i,t}$ Stock neto del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

$I^+_{i,t}, I^-_{i,t}$ Exceso $(I^+_{i,t})$ y Defecto $(I^-_{i,t})$ de stock del producto $i \in P$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Modelo multi-producto con recursos críticos (3)

LP-5: *Modelo multiproducto con recursos críticos y una fuente. Formulación*

$$\text{LP-5: } \min C_T = \sum_{i\in P}\sum_{t=1}^{T} c_{u_i} X_{i,t} + \sum_{i\in P}\sum_{t=1}^{T}\left(c_{h_i} I_{i,t}^{+} + c_{b_i} I_{i,t}^{-}\right) \qquad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} \qquad \forall i\in P,\ \forall t=1,..,T \qquad (1)$$

$$I_{i,t} - I_{i,t}^{+} + I_{i,t}^{-} = I_{i,t}^{*} \qquad \forall i\in P,\ \forall t=1,..,T \qquad (2)$$

$$\sum_{i\in P} a_{k,i} X_{i,t} \le b_{k,t} \qquad \forall k\in K,\ \forall t=1,..,T \qquad (3)$$

$$(X_{i,t}, I_{i,t}^{+}, I_{i,t}^{-}) \ge \vec{0} \qquad \forall i\in P,\ \forall t=1,..,T \qquad (4)$$

Condiciones LP-5:

- Stock inicial conocido: $I_{i,0} = I_{i,0}^{*}\ \ \forall i\in P$
- Plan sin demanda diferida: $I_{i,t}^{-} = 0\ \ \forall i\in P,\ \forall t=1,..,T$
- Plan tasas JIT · DS: $I_{i,t}^{-} = I_{i,t}^{+} = 0\ \ \forall i\in P,\ \forall t=1,..,T$

Modelo multi-producto con recursos críticos (4)

LP-5: *Modelo multiproducto con recursos críticos y una fuente. Restricciones adicionales*

1. Regulación stocks:

$$\begin{Bmatrix} I_{i,t}^{+} \leq I_{i,t}^{+\max} & \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \\ I_{i,t}^{-} \leq I_{i,t}^{-\max} & \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \end{Bmatrix}$$

2. Regulación de la producción:

$$\begin{Bmatrix} X_{i,t} \leq X_{i,t}^{\max} & \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \\ X_{i,t} \geq X_{i,t}^{\min} & \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \end{Bmatrix}$$

3. Producción modalidad extra:

$$\begin{Bmatrix} \sum_{i \in P} a_{k,i} \hat{X}_{i,t} \leq \hat{b}_{k,t} & \forall k \in K, \forall t = 1,..,T \\ X_{i,t} + \hat{X}_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{i,t} & \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \\ C'_T = C_T + \sum_{t=1}^{T} \hat{c}_{u_i} \hat{X}_{i,t} & (0) \end{Bmatrix}$$

Causas: Espacio disponible, compromisos con clientes, pacto entre agentes, etc.

Caso de estudio LP-5: Sistema INPLA_SEAT (1)

INPLA_SEAT · *Fase 0: Ajuste de stock global*

LP-INPLA_SEAT-F0: $\quad \min C_T = \sum_{i\in P} I_i^+ + \sum_{i\in P} I_i^- \qquad (0)$

s.a:

$$\sum_{t=1}^{T} X_{i,t} - I_i^+ + I_i^- = D_i \qquad \forall i\in P, \qquad (1)$$

$$\sum_{i\in P} a_{k,i} X_{i,t} \le b_{k,t} \qquad \forall k\in K, \forall t = 1,..,T \qquad (2)$$

$$(I_i^+, I_i^-) \ge \vec{0} \qquad \forall i\in P \qquad (3)$$

$$X_{i,t} \ge 0 \qquad \forall i\in P, \forall t = 1,..,T \qquad (4)$$

Condiciones LP-INPLA_SEAT · Fase 0

- Demanda global: $\quad D_i = \sum_{t=1}^{T} d_{i,t} \ \ \forall i\in P$

- Plan sin demanda diferida: $\quad I_i^- = 0 \ \ \forall i\in P$

Caso de estudio LP-5: Sistema INPLA_SEAT (2)

INPLA_SEAT · *Fase 1: Penalización de Stock mensual. Tendencia JIT*

LP-INPLA_SEAT-F1: $\min C_T = \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^{T} \left(c_{h_i} I^+_{i,t} + c_{b_i} I^-_{i,t} \right)$ (0)

s.a:

$X_{i,t} - I^+_{i,t} + I^-_{i,t} = D_i / T \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (1)$

$\sum_{i \in P} a_{k,i} X_{i,t} \le b_{k,t} \quad \forall k \in K, \forall t = 1,..,T \quad (2)$

$(I^+_{i,t}, I^-_{i,t}) \ge \vec{0} \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (3)$

$X_{i,t} \ge 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (4)$

Condiciones LP-INPLA_SEAT · Fase 1

- Demanda global: $D_i = \sum_{t=1}^{T} d_{i,t} \quad \forall i \in P$
- Plan sin demanda diferida: $I^-_{i,t} = 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$
- Plan JIT: $I^-_{i,t} = I^+_{i,t} = 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$

Caso de estudio LP-5: Sistema INPLA_SEAT (3)

INPLA_SEAT · *Fase 2: Penalización de lanzamientos y stocks.*

LP-INPLA_SEAT-F2: $\min C_T = \sum_{i \in P} \sum_{t=1}^{T} \left(c_{A_i} y_{i,t} + c_{h_i} I^+_{i,t} + c_{b_i} I^-_{i,t} \right)$ (0)

s.a:

$X_{i,t} - I^+_{i,t} + I^-_{i,t} = D_i / T \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (1)$

$\sum_{i \in P} a_{k,i} X_{i,t} \leq b_{k,t} \quad \forall k \in K, \forall t = 1,..,T \quad (2)$

$X_{i,t} \leq D_i y_{i,t} \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (3)$

$(X_{i,t}, I^+_{i,t}, I^-_{i,t}) \geq \vec{0} \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (4)$

$y_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T \quad (5)$

Condiciones LP-INPLA_SEAT · Fase 2

- Demanda global: $D_i = \sum_{t=1}^{T} d_{i,t} \quad \forall i \in P$
- Plan sin demanda diferida: $I^-_{i,t} = 0 \quad \forall i \in P, \forall t = 1,..,T$

Implosión multi-producto con capacidad y partes limitadas

Implosión: Establecer un plan de producción, sujeto a criterio, a partir de la disponibilidad de partes y componentes

Hipótesis:

1. Se considera un horizonte de planificación *T* dividido en periodos mensuales, semanales o diarios.
2. Se tiene un conjunto *P* de productos, unos con demanda independiente y otros con demanda dependiente. Los productos con demanda independiente ofrecen ingresos en función de la demanda satisfecha.
3. Se tiene un conjunto *S* de fuentes de producción que representa las formas de obtener los productos. Toda fuente tiene su capacidad de producción limitada mensualmente.
4. Los productos y partes con demanda dependiente pueden estar limitados en existencias.
5. Todo tipo de producto con demanda independiente emplea parte de la capacidad de las fuentes y consume materiales componentes para su elaboración.
6. Los costes variables de producción dependen del producto y de la modalidad empleada.
7. No hay coste fijo ni coste de cambio de nivel de producción en las modalidades.
8. La producción de un mes puede utilizarse para atender la demanda de ese mes.
9. La demanda global de los productos puede quedar insatisfecha.
10. Todo producto puede almacenarse con un coste por unidad de producto y mes.
11. Las demandas pueden diferirse con unos coste por unidad de producto y mes.
12. El beneficio global de un plan es la diferencia entre ingresos y costes.

Implosión · Lista de materiales

Fórmula:

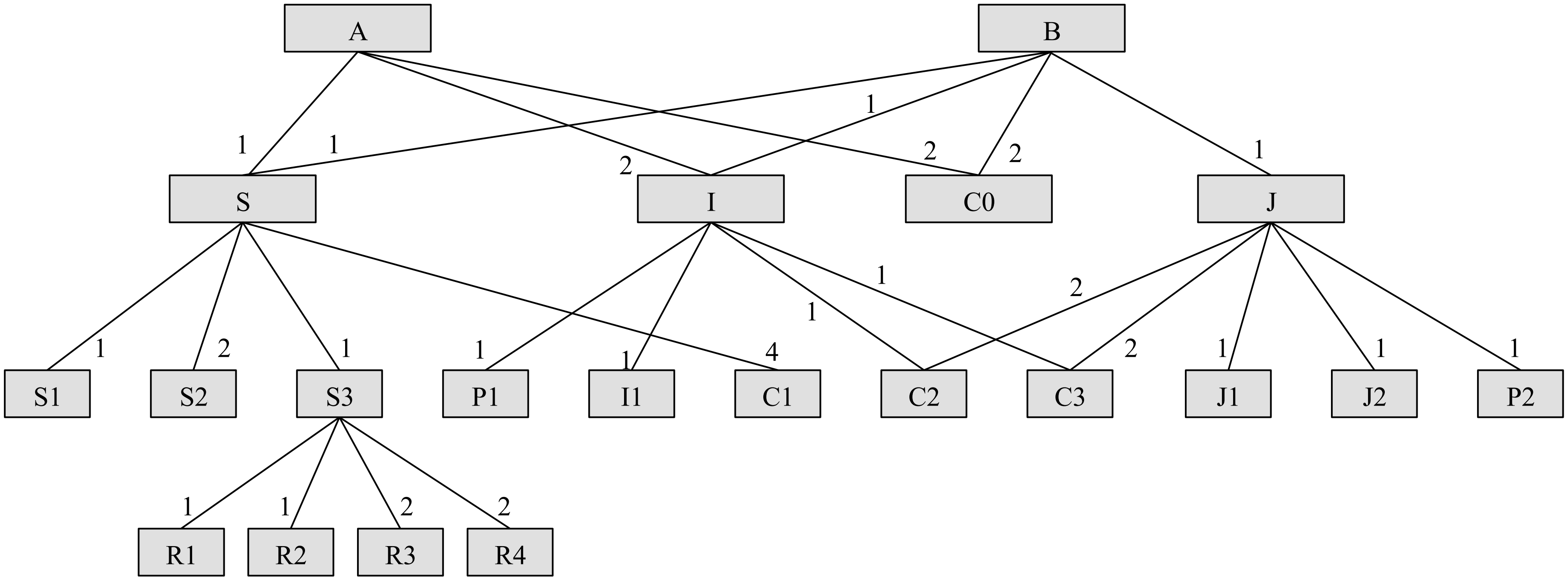
$$A = S + 2 \cdot I + 2 \cdot C0 \qquad S = S1 + 2 \cdot S2 + S3 + 4 \cdot C1$$

$$B = S + I + J + 2 \cdot C0 \qquad I = I1 + C2 + C3 + P1$$

$$J = J1 + J2 + 2 \cdot C2 + 2 \cdot C3 + P2$$

$$S3 = R1 + R2 + 2 \cdot R3 + 2 \cdot R4$$

Grafo:



Modelo implosión multi-producto (1)

Nomenclatura:

Parámetros:

T, t	Horizonte del plan · Índice de periodo: $t = 1,..,T$
P	Conjunto de productos $P = P_I \cup P_D$: productos con demanda independiente (P_I) y con demanda dependiente (P_D)
S	Conjunto de fuentes de producción
i, s	Índice de producto ($i \in P$) · Índice de fuente de producción ($s \in S$)
$d_{i,t}, I^*_{i,t}$	Demanda del producto $i \in P_I$ en el mes $t\,(t = 1,..,T)$ · Stock ideal de $i \in P_I$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$A_{t,s}$	Capacidad máxima de producción de la fuente $s \in S$ en el mes t $(t = 1,..,T)$. v.g.- horas/mes.
$\widehat{N}_{j,t}$	Disponibilidad de la parte (subconjunto, componente) $j \in P_D$ prevista para el mes t $(t = 1,..,T)$ - diferible -
$a_{i,s}$	Capacidad requerida a la fuente $s \in S$ para fabricar una unidad de $i \in P_I$. v.g.- tiempo de proceso.
$\widehat{n}_{j,i}$	Número de unidades de tipo $j \in P_D$ requeridas directa o transitivamente por una unidad de tipo $i \in P_I$
$c_{u_{i,s}}$	Coste unitario de producción de $i \in P_I$ en modalidad $s \in S$ (um / unidad)
c_{h_i}, c_{b_i}	Coste de posesión de stock de $i \in P_I$ · Coste de diferir la demanda de $i \in P_I$ (um / unidad_ mes)
b_i	Ingreso unitario por satisfacer la demanda del producto $i \in P_I$ (um / unidad) · $b_i > c_{u_{i,s}}\ \forall i \in P_I\ \forall s \in S$

Variables:

$x_{i,t,s}$	Produccion parcial del producto $i \in P_I$ con modalidad $s \in S$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$X_{i,t}$	Produccion total del producto $i \in P_I$ durante el mes $t\,(t = 1,..,T)$
$I_{i,t}$	Stock neto del producto $i \in P_I$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$
$I^+_{i,t}, I^-_{i,t}$	Exceso ($I^+_{i,t}$) y Defecto ($I^-_{i,t}$) de stock del producto $i \in P_I$ al final del mes $t\,(t = 0,..,T)$

Modelo implosión multi-producto (2)

Formulación:

$$\text{LP-6: } \max \Gamma_T = \left(\sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^{T} b_i X_{i,t} \right) - \left(\sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^{T} \sum_{s \in S} c_{u_{i,s}} x_{i,t,s} + \sum_{i \in P_I} \sum_{t=1}^{T} \left(c_{h_i} I_{i,t}^{+} + c_{b_i} I_{i,t}^{-} \right) \right) \quad (0)$$

s.a:

$$X_{i,t} - \sum\nolimits_{s \in S} x_{i,t,s} = 0 \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (1)$$

$$X_{i,t} + I_{i,t-1} - I_{i,t} \le d_{i,t} \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (2)$$

$$I_{i,t} - I_{i,t}^{+} + I_{i,t}^{-} = I_{i,t}^{*} \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (3)$$

$$\sum\nolimits_{i \in P_I} a_{i,s} \cdot x_{i,t,s} \le A_{t,s} \qquad \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \quad (4)$$

$$\sum\nolimits_{\tau=1}^{t} \sum\nolimits_{i \in P_I} \hat{n}_{j,i} \cdot X_{i,\tau} \le \sum\nolimits_{\tau=1}^{t} \hat{N}_{j,\tau} \qquad \forall j \in P_D, \forall t = 1,..,T \quad (5)$$

$$x_{i,t,s} \ge 0 \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T,\ \forall s \in S \quad (6)$$

$$X_{i,t} \ge 0 \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (7)$$

$$I_{i,t}^{+} \ge 0 \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (8)$$

$$I_{i,t}^{-} \ge 0 \qquad \forall i \in P_I,\ \forall t = 1,..,T \quad (9)$$

Condiciones LP-6:

- Stock inicial conocido: $I_{i,0} = I_{i,0}^{*} \ \forall i \in P_I$
- En general, los periodos pueden ser mensuales, semanales o diarios

Modelo implosión multi-producto (3)

LP-6: *Modelo implosión multi-producto con capacidad de las fuentes y disponibilidad de materiales limitadas · Restricciones adicionales*

1. Regulación stocks: $\left\{\begin{array}{ll} I^{+}_{i,t} \le I^{+\max}_{i,t} & \forall i \in P,\ \forall t = 1,..,T \\ I^{-}_{i,t} \le I^{-\max}_{i,t} & \forall i \in P,\ \forall t = 1,..,T \end{array}\right\}$

2. Producción rgulada: $\left\{\begin{array}{ll} X_{i,t} \le X^{\max}_{i,t} & \forall i \in P,\ \forall t = 1,..,T \\ X_{i,t} \ge X^{\min}_{i,t} & \forall i \in P,\ \forall t = 1,..,T \end{array}\right\}$

3. Recursos críticos: $\left\{\sum_{i\in P} a_{k,i} X_{i,t} \le b_{k,t} \qquad \forall k \in K, \forall t = 1,..,T\right\}$

$a_{k,i}$ Unidades del recurso $k \in K$ requeridas por una unidad del producto $i \in P$ (coef. tec.)

$b_{k,t}$ Unidades del recurso $k \in K$ (no transferibles por periodos) disponibles en el periodo $t\,(t = 1,..,T)$

Causas: Espacio disponible, compromisos con clientes, pacto entre agentes, etc.